



|   |                                 |          |                                   |       |
|---|---------------------------------|----------|-----------------------------------|-------|
| UNIDAD  | IZTAPALAPA                      | DIVISION | CIENCIAS BIOLÓGICAS Y DE LA SALUD | 1 / 5 |
| NOMBRE DEL PLAN LICENCIATURA EN INGENIERIA DE LOS ALIMENTOS |                                 |          |                                   |       |
| CLAVE   | UNIDAD DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE | CRED.    | 10                                |       |
| 2132060   | CALCULO INTEGRAL                | TIPO     | OBL.                              |       |
| H.TEOR. 4.0   | SERIACION<br>2132075            | TRIM.    | III                               |       |
| H.PRAC. 2.0   |                                 |          |                                   |       |

**OBJETIVO(S) :**

Objetivo General:

Que al final de la UEA el alumno sea capaz de:

Reconocer y aplicar el concepto de integración.

Objetivos Especificos:

Que al final de la UEA el alumno sea capaz de:

- Reconocer la conexión entre el cálculo integral y el cálculo diferencial mediante el teorema fundamental del cálculo.
- Manejar métodos estándares de integración incluyendo algunos numéricos.
- Identificar aplicaciones y emplear el cálculo integral en el estudio de fenómenos naturales.

**CONTENIDO SINTETICO:**

1. La Integral.
  - 1.1 La integral definida como el área bajo una curva.
  - 1.2 Sumas de Riemann. Integral definida.
  - 1.3 Propiedades de la integral.
  - 1.4 La integral como cambio acumulativo.
  - 1.5 Teorema fundamental del cálculo. Antiderivadas.
  - 1.6 La integral indefinida.
  - 1.7 Integración directa. Construcción de tabla básica de integrales.
  - 1.8 Integración por sustitución.
2. Métodos de integración.
  - 2.1 Integración por partes.
  - 2.2 Integración de funciones trigonométricas.
  - 2.3 Sustituciones trigonométricas.
  - 2.4 Integración por fracciones parciales.
  - 2.5 Integración numérica. Métodos del trapecio y de Simpson.



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADÉMICO  
EN SU SESION NUM. 344

  
EL SECRETARIO DEL COLEGIO

CLAVE 2132060

CALCULO INTEGRAL

## 3. Integrales impropias.

3.1 Integrales convergentes y divergentes

3.2 Integración con intervalos ilimitados

3.3 Integración de funciones discontinuas

## 4. Aplicaciones de la integral.

4.1 Área entre curvas.

4.2 Teorema del valor medio para integrales. Valor promedio de una función continua en un intervalo.

4.3 Trabajo y presión.

4.4 Solución de ecuaciones diferenciales de variables separables como las resultantes de modelos simples: crecimiento poblacional (exponencial y logístico), decaimiento exponencial (radiactivo, ley de enfriamiento de Newton, difusión pasiva a través de la membrana).

**MODALIDADES DE CONDUCCION DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE:**

1. Al inicio del curso el profesor presentará el contenido de la UEA, las modalidades de conducción y los criterios de evaluación. El profesor expondrá y discutirá con los alumnos, apoyado por medios como pizarrón y medios audiovisuales.

2. Las horas-práctica se conducirán en la modalidad de taller.

3. A juicio del profesor se considerarán los siguientes elementos:

a. Motivar el tema de La integral como el área bajo una curva definida por la gráfica de una función continua, por ejemplo, una parábola. Se deberá introducir el símbolo de la suma ( $\sum$ ) e ilustrar con suficientes ejemplos. Definir las sumas de Riemann como una aproximación a la integral definida. Resolver ejemplos de aproximación de áreas del tipo

$$\int_0^{\pi} \text{sen } x \, dx, \int_1^4 \ln x \, dx, \int_{-1}^3 (x^2 - x) \, dx$$

b. Ilustrar el cálculo de las integrales de funciones polinomiales utilizando las fórmulas básicas

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

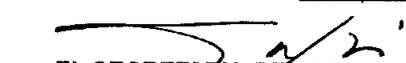
$$\sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^n i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 344

  
EL SECRETARIO DEL COLEGIO

CLAVE 2132060

CALCULO INTEGRAL

Enunciar las propiedades de la integral definida y dar ejemplos de cada una de ellas.

c. La interpretación de la integral como cambio acumulativo puede ilustrarse calculando el número de pobladores que se van incorporando a una población conociendo su tasa de crecimiento, también puede ejemplificarse con la distancia que recorre un móvil conociendo la función de velocidad correspondiente. La presentación del teorema fundamental del cálculo debe conducir a la búsqueda de antiderivadas y al concepto de integral indefinida. Se sugiere que al mismo tiempo que se explica cada integral básica, el alumno construya su propia tabla de integrales. Enunciar el teorema de cambio de variable y ejemplificarlo.

d. En el tema Métodos de integración, en integración por partes tratar funciones del tipo

$$x \ln x, x^a e^{-\lambda x}, \operatorname{sen}^n x, \operatorname{cos}^n x, \operatorname{sec}^n x, x^a \operatorname{sen} x.$$

Para el caso de la integración de las funciones trigonométricas, se deberán calcular integrales de funciones de tipo:

$$\operatorname{sen} nx \operatorname{sen} mx; \operatorname{cos} nx \operatorname{cos} mx; \operatorname{sen} nx \operatorname{cos} mx; \operatorname{sen}^n x; \operatorname{cos}^n x; \operatorname{tan}^n x; \operatorname{tan}^n x \operatorname{sec}^n x.$$

Para el método de fracciones parciales, se deberán considerar expresiones donde el denominador tenga a lo más raíces de multiplicidad 2. Una vez revisados todos los métodos de integración, mostrar ejemplos donde se puedan usar algunos de estos métodos conjuntamente.

e. En la sección de integración numérica además de usar las fórmulas, se debe mostrar gráficamente que al ser una aproximación numérica, tiene error y que éste depende de la magnitud del incremento en la variable independiente y del método empleado.

f. El tema de Integrales impropias se debe desarrollar mediante ejemplos que involucren el cálculo estándar de límites, incluyendo la regla de L'Hôpital. Es conveniente ejemplificar donde se presentan estas integrales, como en el cálculo de distribución normal (integral gaussiana), aún cuando no se calculen las integrales.

g. Referente a la sección de Aplicaciones de la integral se deben aprovechar los modelos de crecimiento exponencial y decaimiento para introducir el concepto de ecuación diferencial ordinaria. Además, se deben dar varios ejemplos con las diferentes aplicaciones y trabajar en la solución y planteamiento de problemas por parte del alumno. En la solución de ecuaciones diferenciales con variables separables se debe encontrar tanto la solución general como la particular.

h. Se debe promover la detección y solución de errores por parte de los alumnos, la descripción por parte del alumno del proceso que siguió para



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADÉMICO  
EN SU SESION NUM. 344



EL SECRETARIO DEL COLEGIO

CLAVE 2132060

CALCULO INTEGRAL

resolver un problema, la lectura de los textos complementarios y su análisis dentro del contexto del curso. Asimismo, se debe reforzar el uso adecuado de los elementos de graficación y de la escritura de las matemáticas.

**MODALIDADES DE EVALUACION:**

## Evaluación Global:

Los factores de ponderación serán a juicio del profesor y se darán a conocer al inicio del curso. Incluirá tres evaluaciones periódicas y, a juicio del profesor, una evaluación terminal. Las primeras podrán realizarse a través de evaluaciones escritas, la elaboración de ejercicios y la entrega de tareas con base en los siguientes criterios:

- a. Las evaluaciones periódicas (departamentales) se realizarán en el horario y día acordado por la coordinación académica correspondiente.
- b. Las evaluaciones periódicas se distribuirán como sigue:
  - b.1. La primera evaluación periódica cubrirá el tema de La Integral que se desarrollará de la semana 1 a la semana 4. La evaluación escrita de este tema se realizará durante la semana 5.
  - b.2. La segunda evaluación periódica cubrirá el tema de Métodos de integración que se desarrollará de la semana 5 a la semana 8. La evaluación escrita se realizará durante la semana 9.
  - b.3. La tercera evaluación periódica cubrirá los temas de Integrales impropias y Aplicaciones de la integral que se desarrollarán de la semana 9 a la semana 11. La evaluación escrita correspondiente se aplicará en la última semana del periodo de clases o en la semana de evaluaciones globales.

## Evaluación de Recuperación:

A juicio del profesor, consistirá en una evaluación escrita que incluya todos los contenidos teóricos y prácticos de la UEA, o sólo aquellos que no fueron cumplidos durante el trimestre.

**BIBLIOGRAFIA NECESARIA O RECOMENDABLE:**

## Bibliografía Necesaria:

1. Hughes-Hallett, D., Gleason, A. M., Lock, P. F. y Flath, D. E. (2004) Cálculo aplicado, 2a ed., México: C.E.C.S.A.
2. Larson, R., Hostetler, R. y Edwards, B. (2006) Cálculo I, 7a ed., España: Pirámide.



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 344  
EL SECRETARIO DEL COLEGIO

CLAVE 2132060

CALCULO INTEGRAL

3. Neuhauser, C. (2004) Matemáticas para ciencias, España: Pearson Education.
4. Stewart, J. (1996) Cálculo, México: International Thompson Editores.

**Bibliografía Recomendable:**

1. Antología de lecturas. División de Ciencias Biológicas y de la Salud, México: Universidad Autónoma Metropolitana
2. Borges, J. (1999) El aleph/El jardín de los senderos que se bifurcan/La biblioteca de Babel, España: Alianza Editorial.
3. De la Peña, J. A. (1999) Álgebra en todas partes, Núm. 166., México: Fondo de Cultura Económica: La ciencia para todos.
4. Enzesberger, H. M. (1997) El diablo de los números, España: Ediciones Siruela.
5. Goldratt, M. E. (2005) La meta, 3a ed., España: Diaz de Santos.
6. Hernández, G. y Velasco, J. X. (1999) El manantial escondido. Un acercamiento a la biología teórica y matemática, México: Fondo de Cultura Económica.
7. Kasner, E. y Newman, J. (2007) Matemáticas e imaginación, México: QED Conaculta Librería.
8. Maor, E. (2006) e: historia de un número, México: QED Conaculta Librería.
9. Paenza, A. (2006). Matemática ¿estás ahí?, México: Siglo XXI.
10. Perelman, Y. I. (1975) Aritmética recreativa, México: Cultura Popular,
11. Perelman, Y. I. (1982) Álgebra recreativa, Moscú: Ciencia Popular, ed. Mir.
12. Prieto, C. (2005) Aventuras de un duende en el mundo de las matemáticas, Núm. 206., México: Fondo de Cultura Económica: La ciencia para todos.
13. Verne, J. (2007) De la Tierra a la Luna. Alrededor de la Luna, Núm. 111., México: Editorial Porrúa, Colección Sepan Cuantos.



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADÉMICO  
EN SU SESION NUM. 344  
EL SECRETARIO DEL COLEGIO