

UNIDAD: IZTAPALAPA		DIVISIÓN CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA	
NIVEL: LICENCIATURA		EN MATEMÁTICAS	
CLAVE: 2131156	UNIDAD DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE: GEOMETRÍA DIFERENCIAL II		TRIM: XI
HORAS TEORÍA: 3	SERIACIÓN 2131155		CRÉDITOS: 9
HORAS PRÁCTICA: 3			OPT/OBL: OPT.

OBJETIVOS

GENERALES

Al finalizar el curso el alumno será capaz de:

- Interpretar el concepto de geodésica en una superficie como la generalización de una recta en el plano.
- Identificar propiedades locales y globales de una superficie.
- Expresar en forma oral y escrita los procedimientos y algoritmos utilizados así como sus conclusiones.

ESPECÍFICOS

Al finalizar el curso el alumno será capaz de:

- Reconocer el Teorema de Hopf-Rinow como un primer resultado global en una superficie completa.
- Relacionar las propiedades dinámicas (geodésicas) y geométricas (curvatura) de una superficie, con sus propiedades topológicas (característica de Euler) mediante el Teorema de Gauss-Bonnet y apreciar a éste como uno de los resultados principales de la matemática moderna.
- Estudiar las superficies abstractas como objetos geométricos al dotarlas de una métrica.
- Distinguir los tres modelos básicos de las geometrías realizados mediante superficies con curvatura constante.

CONTENIDO SINTÉTICO

- 1. Geometría intrínseca de una superficie. (2.5 semanas)**
 - 1.1. Derivada covariante de un campo vectorial.
 - 1.2. Transporte paralelo. Curvas geodésicas en una superficie.
 - 1.3. Curvatura geodésica.
 - 1.4. Lema de Liouville.
- 2. La aplicación exponencial. (2.5 semanas)**
 - 2.1. La aplicación exponencial de una superficie.
 - 2.2. Vecindades con coordenadas normales y polares.
 - 2.3. Círculos y rayos geodésicos.
 - 2.4. El Teorema de Hopf-Rinow.

NOMBRE DEL PLAN LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS		2/3
CLAVE 2131156	UNIDAD DE DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE GEOMETRÍADIFERENCIAL II	

3. El Teorema de Gauss-Bonnet. (3 semanas)

- 3.1. Propiedades topológicas de una superficie.
- 3.2. Triangulación de una superficie. La característica de Euler- Poincaré.
- 3.3. Clasificación de superficies cerradas en el espacio.
- 3.4. El Teorema de Gauss-Bonnet.
- 3.5. Índice de un campo vectorial.
- 3.6. El Teorema de Poincaré-Lefschetz.

4. Superficies abstractas. (3 semanas)

- 4.1. Parametrización. Definiciones implícita y regular de una superficie abstracta.
- 4.2. Plano tangente.
- 4.3. Orientación.
- 4.4. Métricas riemannianas y pseudo-riemannianas.
- 4.5. Modelos de superficies con curvatura constante: el plano, la esfera y el disco de Poincaré.
- 4.6. Los grupos de isometrías de las superficies con curvatura constante.

MODALIDADES DE CONDUCCIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

El transporte paralelo de un vector a lo largo de una curva sobre una superficie motivará los conceptos de derivada covariante y geodésica asociada a la métrica. Se utilizará la ecuación de las geodésicas para la comprensión de las propiedades dinámicas de las superficies contenidas en un espacio tridimensional. Se incluirán los ejemplos clásicos de geodésicas del plano, la esfera, el toro y las superficies de revolución.

Se estudiarán algunas propiedades de las geodésicas para definir la aplicación exponencial, sus características básicas y sus aplicaciones: la existencia de vecindades normales, la definición y uso de coordenadas normales y polares. Se presentarán los primeros conceptos de la geometría diferencial global: completez métrica y completez geodésica. Se mostrará su equivalencia mediante el Teorema de Hopf-Rinow.

Se dará una explicación informal de la clasificación topológica de las superficies cerradas. Los prerrequisitos correspondientes, como la triangulación de una superficie y la característica de Euler-Poincaré, serán igualmente mencionados sin una demostración rigurosa, pero mostrando una cantidad razonable de ejemplos. La referencia de Armstrong (1986) puede ayudar para complementar la exposición del tema. En cuanto al Teorema de Gauss-Bonnet, podrá incluirse su demostración pero se recomienda ejemplificar su utilidad mediante diversas aplicaciones.

Las generalizaciones de la parte 4 del temario deberán ir acompañadas por una buena cantidad de ejemplos, motivando al estudiante para estudios posteriores en el área. Es importante enfatizar los tres modelos de geometrías mediante algunos ejemplos de superficies con curvatura constante.

El profesor promoverá que durante el transcurso de las horas teóricas y prácticas los alumnos expresen sus ideas y las expongan ante sus compañeros de manera que desarrollen su capacidad de comunicación oral.

El profesor fomentará que los alumnos realicen trabajos escritos en los que desarrollen su capacidad para comunicar sus ideas en forma escrita.

El profesor impulsará la elaboración de carteles o presentaciones en las que los alumnos comuniquen los conceptos aprendidos.

El profesor tomará especial cuidado en que los alumnos identifiquen y comprendan los argumentos correctos y erróneos tanto en sus participaciones en las clases como a través de sus trabajos escritos

NOMBRE DEL PLAN LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS		3/3
CLAVE 2131156	UNIDAD DE DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE GEOMETRÍA DIFERENCIAL II	

MODALIDADES DE EVALUACIÓN

GLOBAL

El profesor llevará a cabo al menos dos evaluaciones periódicas y, en su caso, una terminal. En la integración de la calificación se incorporarán aspectos como el desempeño en la solución de listas de ejercicios, la participación en clase y talleres, y la elaboración y presentación de proyectos. Los factores de ponderación serán a juicio del profesor.

En el proceso de evaluación el alumno deberá mostrar su capacidad de comprender y aplicar los conceptos desarrollados en el curso.

RECUPERACIÓN

A juicio del profesor, consistirá en una evaluación que incluya todos los contenidos teóricos y prácticos de la UEA o solo aquellos que no fueron cumplidos durante el trimestre.

BIBLIOGRAFÍA NECESARIA O RECOMENDABLE

- 1 Armstrong, M. A., *Topología básica*. Ed. Reverté, España, 1986.
- 2 Do Carmo, M., *Differential Geometry of curves and surfaces*. Prentice-Hall, 1976.
- 3 Dubrovin, B., Fomenko, A., Novikov, S., *Modern Geometry – Methods and Applications, Part I*. Springer-Verlag, 1984.
- 4 O'Neill, B. *Elementos de Geometría Diferencial*. Limusa-Wiley, 1972.
- 5 Palmas, O., Reyes, J. G., *Curso de Geometría Diferencial, Parte II, Geometría Intrínseca de las Superficies*. Las prensas de Ciencias, Fac. de Ciencias, UNAM, 2005.