Jornadas de Análisis: Programa

UAM-Iztapalapa

Casa Galván, 17 de noviembre de 2017

Cadenas y semigrupos cuánticos de Markov circulantes

Jorge R. Bolaños Servín

El propósito de esta plática es mostrar las similitudes (analogías) y diferencias entre una cadena de Markov con matriz de intensidades de transición circulante (no necesariamente irreducible) y un semigrupo cuántico de Markov circulante. Comparando las medidas y los estados invariantes, las tasas de producción de entropía clásica y cuántica, el espectro y eigenespacios de la cadena y del semigrupo, respectivamente.

Descomposiciones de Whitney y de Calderon-Zygmund en $\mathbb{R}^n$

Shirley Bromberg

Un ejemplo de un álgebra de Banach que no es semisimple

Jesús Chargoy

Modelos cuánticos de transporte y fotosíntesis: el álgebra libre de decoherencia

Julio C. García Corte

Plantaremos qué es el *Álgebra Libre de Decoherencia* de un Semigrupo Dinámico Cuántico de Markov. Algunas caracterizaciones de la misma y su aplicación en el modelo cuántico de transporte de Arefeva-Kozyrev-Volovich [1], presentado en la plática de Roberto Quezada.

[1] Aref'eva, Y., Volovich, I. and Kozyrev, S. 2015. *Stochastic Limit Method and Interference in Quantum Many-particles Systems.* Theoretical and Mathematical Physics **183**(3) (2015) 782-799.

Distribución asintótica de los eigenvalores de matrices de Toeplitz de banda

Alejandro Gonzáles Alba

Toda matriz circulante es una matriz de Toeplitz. La similitud entre ambas clases de matrices sugiere usar las matrices circulantes para estudiar la familia más complicada de matrices de Toeplitz. Dada una sucesión de matrices de Toeplitz $\{T_n\}_{n\geq 1}$ se construye una sucesión de matrices circulante auxiliar y usando el teorema fundamental de distribución de valores propios se obtiene la distribución de los valores propios de $\{T_n\}_{n\geq 1}$ en términos de una función con un número infinito de coeficientes de Fourier no nulos.

Estructura de los estados invariantes de los generadores del tipo límite de acoplamiento débil

Álvaro Hernández Cervantes

Describiremos la estructura de los estados invariantes de los semigrupos del tipo de acoplamiento débil en términos del Hamiltoniano de referencia y del operador de interacción.

Sobre Límites Proyectivos de Álgebras Topológicas

Luis Roberto Hernándes Chávez

Esta plática está enmarcada, por un lado en el contexto de la importante y famosa descomposición de Arens-Michael en álgebras no normadas, para ser más precisos, en álgebras localmente m-convexas. El impacto de este resultado ha sido tal que muchos autores han trabajado y/o usado esta descomposición en el estudio de otros tipos de álgebras no normadas. Se establecerán distintas versiones de este resultado, ejemplos y aplicaciones.

Por otro lado, observaremos que existen límites proyectivos en la Categoría de los Espacios Vectoriales Bornológicos, y también se presentarán algunos resultados y ejemplos

Límites inductivos de ciertas Álgebras Topológicas

Aura Carina Márquez Martínez

Consideremos la siguiente situación: Si A es un álgebra, sea $\{A_\gamma : \gamma \in \Gamma\}$ una familia de subálgebras de A tales que $A = \cup_{\gamma\in\Gamma} A_\gamma$. Para cada $\gamma \in \Gamma$, A_γ es un álgebra normada y la familia $\{A_\gamma : \gamma \in \Gamma\}$ es dirigida por las inclusiones continuas, i.e. para cada par $\alpha, \beta \in \Gamma$ existe $\gamma \in \Gamma$ tal que $A_\alpha \subseteq A_\gamma$ y $A_\beta \subseteq A_\gamma$, con cada morfismo inclusión continuo. Si debilitamos adecuadamente la hipótesis sobre la familia $\{A_\gamma : \gamma \in \Gamma\}$. Es decir, si cada A_γ no es necesariamente un álgebra normada sino más en general un álgebra localmente convexa, es posible hablar de la topología de límite inductivo localmente convexa, que es la topología localmente convexa más fina que hace a los morfismos inclusión de A_γ en A continuos, para cada $\gamma \in \Gamma$: esta topología admite como un sistema fundamental de vecindades de cero a la familia de todos los conjuntos absolutamente convexos de A los cuales absorben a alguna vecindad de cero en A_γ, para cada $\gamma \in \Gamma$. En esta plática mostraré dos resultados a través de los cuales un límite inductivo de ciertas álgebras con ciertas propiedades se puede expresar como el límite inductivo de álgebras más sencillas como las álgebras de Banach. Álgebras más sencillas en el sentido de que un álgebra de Banach es un objeto suficientemente estudiado de quien se conoce muchas propiedades y otras que las caracterizan. Además presentaremos un par de ejemplos pertinentes.

Espectros combinados en álgebras de Banach y la propiedad del mapeo espectral

José Ricardo Núñez Hernández

Sea $\mathcal{A}$ un álgebra de Banach no conmutativa, con unidad e. Sean $\mathcal{B} \subset \mathcal{A}$ una subálgebra con unidad e y sea $I \subset \mathcal{A}$ un ideal izquierdo cerrado. Para $\overline{a} = (a_1, \ldots, a_n)$ con $a_i \in \mathcal{B}$ $\forall\, i = 1, \ldots, n$, definimos el **Espectro común izquierdo** $\sigma_l(\overline{a})$ como

$$\sigma_l(\overline{a}) := \{\ \overline{\lambda} \in \mathbb{C} \mid (I, a_1 - \lambda_1, \ldots, a_n - \lambda_n)\ \ \textit{generan ideal propio en } \mathcal{A}\ \}$$

Si para cada $i, j = 1, \ldots, n$, el conmutador $[a_i, a_j] \in I$, $I\mathcal{B} \subset I$ y para cada $\overline{\lambda} \in \sigma_l(\overline{a})$ y $a_{n+1} \in \mathcal{B}$ tal que $[a_i, a_{n+1}] \in I$ para cada $1 \le i \le n$. Entonces existe $\lambda_{n+1} \in \mathbb{C}$ tal que

$$(\lambda_1, \ldots, \lambda_n, \lambda_{n+1}) \in \sigma_l(a_1, \ldots, a_n, a_{n+1})$$

Para $\overline{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, si $P(\overline{x}) = (\,P_1(\overline{x}), \ldots, P_m(\overline{x})\,)$ donde cada P_i es un polinomio de n variables, al conjunto de todas la funciones de esta forma lo denotamos por $\mathcal{P}(\mathcal{A}^n)^m$, entonces

$$P(\sigma_l(\overline{a})\,) \subset \sigma_l(P(\overline{a}))$$

Discutiremos condiciones necesarias y/o suficientes para que se cumpla la propiedad de mapeo espectral:

$$P(\sigma_l(\overline{a})\,) = \sigma_l(P(\overline{a}))$$

Algunas líneas de investigación dentro del Área de Álgebras Topológicas

María de Lourdes Palacios

Q-Álgebras, Álgebras espectrales, Álgebras con involución

En esta plática presentaremos tres líneas de investigación que se cultivan dentro de la línea general "Álgebras Topológicas":

a) **Q-álgebras**. En el año de 1947, Kaplansky introdujo el concepto de Q-álgebra como parte del estudio de álgebras normadas no necesariamente completas, ni con unidad. Este concepto expresa que en el álgebra topológica A el conjunto $G(A)$ de todos los elementos invertibles es un conjunto abierto. Las álgebras de Banach son Q-álgebras pero no todas las álgebras normadas necesariamente lo son. Sin embargo, muchas propiedades de las álgebras de Banach son compartidas por las Q-álgebras.

b) **Álgebras espectrales**. Una propiedad cercana a la anterior es la que define a las álgebras espectrales, la cual expresa que en el álgebra A se puede definir una seminorma que mayora al radio espectral. Estudiamos la relación de este tipo de álgebras con las Q-álgebras en el caso en que éstas sean localmente pseudoconvexas.

c) **Álgebras con involución**. El concepto de involución es central en el Análisis Funcional y en la Física Matemática. Un caso importante de las álgebras con involución se presenta cuando el álgebra es de Banach y la involución se relaciona con la norma mediante una propiedad conocida como "propiedad C^*". Las C^*-álgebras pueden ser caracterizadas usando funcionales positivas. Nosotros estudiamos este caso y sus extensiones a álgebras más generales (no necesariamente normadas) cuya topología está definida mediante C^*-seminormas, obteniendo resultados similares.

Modelos cuánticos de transporte y fotosíntesis: estados estacionarios

Roberto Quezada

El fascinante mecanismo de la fotosíntesis (light-harvesting antennas) que se inicia con absorción, continúa con el transporte de energía y culmina con su almacenamiento (energy trapping) en un centro de reacción, ha atraído la atención de investigadores de diversas áreas: Física, Química, Biología y Matemáticas, entre otras, quienes han producido una importante cantidad de trabajo científico experimental o teórico enfocado a describir y modelar este complejo mecanismo. Debido a su características como sistemas complejos, los semigrupos del tipo de límite de acoplamiento débil con Hamiltoniano degenerado, son adecuados para modelar estos fenómenos. En esta charla discutiremos la estructura del conjunto de estados estacionarios de dos modelos de este tipo: un modelo cuántico de transporte (Arefeva-Kozyrev-Volovich [1]) y un modelo cuántico de fotosíntesis (Kozyrev-Volovich [2]).

[1] Aref'eva, Y., Volovich, I. and Kozyrev, S. 2015. *Stochastic Limit Method and Interference in Quantum Many-particles Systems.* Theoretical and Mathematical Physics **183**(3) (2015) 782-799.

[2] Kozyrev S. and Volovich I., Dark states in quantum photosynthesis, arXiv:1603.07182v1 [physics.bio-ph] (2016).

La transformada de Fourier y la integral de Henstock Kurzweil

Alfredo Reyes Vazquez

En esta plática se establecerá la integral de Henstock Kurzweil para funciones real valuadas definidas en intervalos de la forma [a,b] de los reales extendidos y se analizará su relación con las integrales de Riemann y de Lebesgue. En particular, se discutirá el teorema del multiplicador que generaliza al teorema de integración por partes y se mostrarán criterios para la existencia de la integral de cierta clase de funciones. Además, se establecerán condiciones para la existencia de la transformada de Fourier con respecto a la integral de Henstock Kurzweil y se establecerán las propiedades básicas de la misma.

Sobre el álgebra $C_b(X, A)$ y más

Carlos Signoret

Barrilidad, Bornología y $C_b(X, A)$

En esta plática presentamos nuestras contribuciones en las líneas de investigación mencionadas en el título.

a) **Barrilidad y bornología**. En el Análisis Funcional hay dos conceptos generales muy importantes que son en cierta forma complementarios; el de conjunto abierto y el de conjunto acotado. El primero da origen al estudio topológico de los espacios vectoriales y álgebras (en particular localmente convexos), y el segundo al estudio bornológico de los mismos. Por un lado, en el contexto de la topología, la noción de barrilidad (el concepto de barril) es muy estudiado para espacios vectoriales localmente convexos. Por el otro, en el contexto de la bornología la noción de bornivoricidad (el concepto de conjunto bornívoro) es también muy estudiado para espacios vectoriales. Nosotros estudiamos la extensión de estos conceptos al contexto de las álgebras localmente convexas obteniendo varias nociones no equivalentes en ambos casos y sus expresiones en términos de las seminormas que definen la topología del álgebra.

b) **El álgebra** $C_b(X, A)$. Es conocida la importancia del álgebra $C(X)$ de las funciones complejas continuas definidas en un espacio topológico X así como la de la subálgebra $C_b(X)$ que consiste de las funciones acotadas. Ésta (y otras) álgebras de funciones proveen de ejemplos y contraejemplos para muchas propiedades y situaciones en el Análisis Funcional. Después se extendió este ejemplo al caso de las álgebras $C(X, A)$ o $C_b(X, A)$ de funciones (continuas o acotadas) definidas en X pero con valores en un álgebra de Banach y, más recientemente, en un álgebra topológica más general. Nosotros estudiamos varias de las propiedades generales que puede tener el álgebra topológica A (como metrizabilidad, completitud, convexidad local, espectralidad, etcétera) y que se heredan al álgebra $C_b(X, A)$.

Sobre Mackey TQ-Álgebras

Yuliana Zárate Rodríguez

En 1985 Akkar define a un álgebra unitaria A con bornología convexa $\mathcal{B}$ como una Q-álgebra bornológica cuando el conjunto de los elementos invertibles de A es abierto en la topología $\tau_{\mathcal{B}}$. El primer ejemplo de un álgebra bornológica es dado por H. Hogbe-Nlend. En 1992 M. Oudadess define a un álgebra conmutativa unitaria completa localmente m-convexa en la cual el conjunto de sus elementos invertibles es abierto en la topología $\tau_{\mathcal{B}_\tau}$ como una Mackey Q-álgebra. A principios de este año M. Abel define a un álgebra topológica en la cual el conjunto de sus elementos casi invertibles es abierto en la topología $\tau_{\mathcal{B}_\tau}$ como una Mackey Q-álgebra. En esta plática definiremos y caracterizaremos a un álgebra topológica como Mackey TQ-álgebra (izquierda o derecha) si el conjunto de sus elementos topológicamente (respectivamente, izquierdos o derechos) casi invertibles es abierto en la topología $\tau_{\mathcal{B}_\tau}$ y daremos la conexión de las Mackey TQ-álgebras con otras álgebras topológicas.