



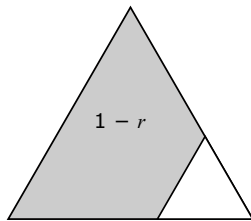
SUMA DE UNA SERIE GEOMÉTRICA MEDIANTE SUMAS TELESCÓPICAS

ÁNGEL PLAZA DE LA HOZ

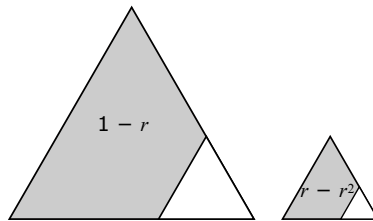
RESUMEN. Visualmente se muestra la suma de una serie geométrica mediante el uso de sumas telescópicas.

PROPOSICIÓN. Si $r \in (0, 1)$, entonces $\sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}$.

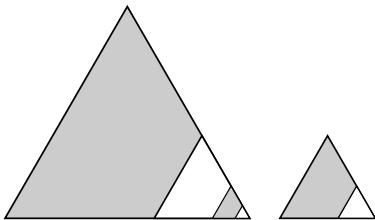
Demostración. Las siguientes figuras muestran que $(1-r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k = 1$.



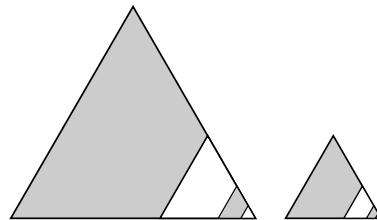
(a) $1 - r$



(b) $(1-r) + (r-r^2) = 1-r^2 = (1-r)(1+r)$



(c) $(1-r) + (r-r^2) + (r^2-r^3) = 1-r^3 = (1-r)(1+r+r^2)$



(d) $(1-r)(1+r+r^2+r^3)$

Mediante paso al límite, la zona gris en ambas figuras suma 1.

$$(1-r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k = 1, \text{ de donde } \sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}. \quad \square$$

AGRADECIMIENTOS. El autor expresa su gratitud al árbitro anónimo que propuso mejoras en el artículo.

Ángel Plaza de la Hoz

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria,

Departamento de Matemáticas.

Edificio de Informática y Matemáticas,

Campus de Tafira, 35017-Las Palmas de Gran Canaria, España.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5077-6531>

e-mail: angel.plaza@ulpgc.es