



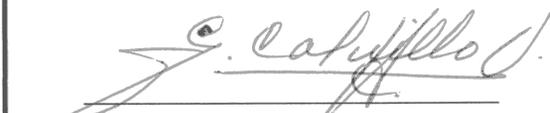
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA-IZTAPALAPA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

**CONSIDERACIONES
MATEMÁTICAS PARA LA
MODELACIÓN DE
BURBUJAS FINANCIERAS**

Tesis que presenta
Adriana Zúñiga Bonifaz
Para obtener el grado de
Maestra en Ciencias
(Matemáticas Aplicadas e industriales)

Asesores:

Vo. Bo.



DR. GILBERTO CALVILLO VIVES

Vo. Bo.



DRA. BLANCA ROSA PÉREZ SALVADOR

Ciudad de México, Febrero del 2017

Índice general

1. Introducción	3
2. Concepto de Burbuja	9
2.1. Valor intrínseco vs Precio de mercado	15
2.2. Modelos de racionalidad acotada	18
3. Evolución de una Burbuja	23
3.1. Evolución de una burbuja financiera según Robert Shiller	25
3.1.1. Alto grado de confianza de los inversores	25
3.1.2. Teorías de retroalimentación de las burbujas	27
3.1.3. Los esquemas de Ponzi como modelos de retroalimentación y burbujas especulativas	28
3.1.4. La burbujas especulativas entendidas como acontecer natural de los esquemas de Ponzi	29
3.2. Evolución de una burbuja financiera según Álvaro Jiménez Jiménez	30
3.3. Evolución de una burbuja financiera según George Soros	31
3.3.1. El modelo de auge y crisis	32
3.3.2. Un ejemplo de la Teoría de Reflexividad de George Soros . . .	33
4. Modelos matemáticos de burbujas financieras	39
4.1. Diferentes modelos para diferentes propósitos	41
4.1.1. Comportamiento de rebaño	42
4.1.2. Retroalimentación	44
4.1.3. Modelos estocásticos	46
4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras	47
4.2.1. Burbujas y Crisis por Dilip Abreu y Markus K. Brunnermeier	47
4.2.2. Comportamiento en manada, burbujas y estallido por Thomas Lux	50
4.2.3. Una teoría matemática de las burbujas financieras por Philip Protter	61

5. Regulación de Burbujas	75
5.1. Riesgo sistémico	81
5.2. Modelos matemáticos enfocados en la detección de burbujas financieras	83
5.3. Política monetaria	89
5.4. En la regulación financiera, menos puede ser más	92
A. CAPM - Modelo de Valuación de Activos de Capital	97
Glosario	99
Bibliografía	101

Capítulo 1

Introducción

En este trabajo abordamos el tema de los modelos matemáticos de burbujas financieras. El supuesto con el que empezamos a trabajar fue que había una literatura limitada del tema. Sin embargo una vez que empezamos a revisar diferentes fuentes nos dimos cuenta de que en los últimos 20 años se ha generado una gran cantidad de literatura relativa a burbujas financieras, incluyendo modelos matemáticos de las mismas.

Esto nos llevó a replantear el alcance y objetivo de la tesis: Decidimos que antes de intentar hacer un modelo matemático de una burbuja financiera, deberíamos revisar los existentes. Sin embargo dado el volumen de publicaciones sobre el tema optamos por limitar la tesis a exponer principales puntos de debate y algunos modelos que desde nuestro punto de vista son interesantes.

Los especialistas en economía y finanzas afirman que la crisis financiera de 2007 es una de las peores crisis desde la Gran Depresión en 1929. A lo largo de la historia ha habido circunstancias similares de comportamiento económico, es lo común en las crisis financieras: la euforia por las inversiones y una regulación deficiente permiten que surjan y crezcan las burbujas financieras, que finalmente terminan explotando.

Como ejemplo de burbujas financieras podemos mencionar algunas de las más mencionadas en la literatura como son: La burbuja de los tulipanes en Holanda, la burbuja del Mississippi en Francia, la llamada burbuja “punto com” y claro la burbuja de las hipotecas subprime en Estados Unidos [13].

A la luz de estos ejemplos uno podría pensar que en la actualidad los especialistas (economistas, financieros, matemáticos) están usando o desarrollando modelos económicos que tomen en cuenta este tipo de crisis para poder tomar medidas eficientes que eviten su repetición o al menos investiguen sus consecuencias. Sin

embargo hasta ahora los modelos propuestos están muy lejos de lograr ese objetivo. Los modelos que más se utilizan son de dos tipos, los primeros son los econométricos que utilizan herramientas estadísticas para ajustarse a los datos históricos y pronosticar la evolución de algunas variables macroeconómicas. Los más famosos de estos quizá sean los desarrollados por Lawrence Klein y sus seguidores [14] quienes buscan determinar la forma en que operan las fluctuaciones en la economía, desarrollar la capacidad de predicción de algunas variables, así como medir el efecto de las decisiones de política en el sistema económico.

Los segundos modelos son los que suponen un mundo perfecto en el que los mercados son eficientes y los inversionistas racionales. Los más ambiciosos de estos modelos son los Modelos Estocásticos Dinámicos y de Equilibrio General [37] usados por los bancos centrales hasta la crisis del 2007, al menos.

El problema con los modelos del primer tipo es que pronostican con éxito algunos trimestres por delante siempre y cuando el entorno económico permanezca más o menos igual, pero fracasan ante grandes cambios. Los modelos del segundo tipo por su propia naturaleza descartan las crisis y las burbujas financieras. El principal supuesto de estos modelos es la hipótesis de que los mercados son eficientes.

En la hipótesis de los mercados eficientes (HME) no puede haber burbujas por que los precios de mercado siempre reflejan toda la información disponible en el mercado de valores.

Sin embargo hay otro grupo de economistas que ante la evidente existencia de burbujas decidieron considerarlas como objeto de estudio aún cuando esto pudiese ir en contra de la corriente principal del pensamiento económico actual [34], [33], [19]. Algunas de las investigaciones realizadas por ellos se ofrecen en este trabajo.

En los siguientes párrafos contrastamos en términos muy generales estas dos concepciones del mundo financiero.

La (HME) fue formulada originalmente en los años sesentas [6], se califica de eficiente a un mercado si toda la información disponible concerniente a un bien es instantáneamente incorporada al mercado siendo reflejada en un cambio en el precio del activo en cuestión.

Fue Samuelson quien en 1965 [29] mostró matemáticamente que los precios anticipados varían de manera aleatoria, es decir, que es imposible predecir hacia donde se va a mover el mercado. Suponiendo la racionalidad de los participantes del mer-

cado Samuelson demostró que si y_{t+1} , el precio de un activo financiero al instante de tiempo $t + 1$, está relacionado con los valores previos de los precios y_0, y_1, \dots, y_t de la siguiente manera:

$$E[y_{t+1}|y_0, y_1, \dots, y_t] = y_t$$

A un proceso estocástico que satisface la relación anterior se le conoce como martingala y se puede interpretar como que la mejor predicción para y_{t+1} es y_t . Es decir que los valores pasados de los precios no intervienen en la determinación del precio en $t + 1$ excepto el último conocido. La conclusión de que los precios siguen una martingala es equivalente a asegurar que no existe forma de obtener ganancias negociando un activo financiero utilizando sólo la historia de sus precios.

La conclusión de esta forma “débil” de la hipótesis de los mercados eficientes es entonces que los cambios en los precios son imposibles de predecir utilizando la serie de los precios pasados. Al hacer más fuertes las suposiciones de la hipótesis se obtiene la forma “semi-fuerte” en la que se supone que los precios incorporan instantáneamente toda la información pública concerniente a un bien, de manera que es imposible obtener ganancias que superen al mercado haciendo uso de esa información. La última forma es la “fuerte” la cual sostiene que los precios reflejan toda la información disponible en el mercado, tanto la pública como la privada, de manera que es imposible obtener ganancias superiores a las del mercado haciendo uso de esta información.

La argumentación a favor de las burbujas como un fenómeno financiero ha sido abordado por Robert Shiller entre otros y su enfoque consiste en señalar que un modelo comúnmente utilizado dentro de los mercados financieros para interpretar los movimientos en los índices de precios de las acciones afirma que el valor fundamental de un activo es igual al valor presente de los rendimientos esperados que pueda proporcionar ese activo. Este modelo de valuación es muy utilizado por los economistas para describir el comportamiento de los índices de precios y se considera que proporciona una buena explicación a un movimiento repentino en los índices de precios de las acciones según la HME, tales movimientos son entonces atribuidos a “nueva información” sobre los dividendos futuros.

Sin embargo en años recientes se ha llegado a la conclusión de que los índices de precios de las acciones son demasiado volátiles como para que su variación pueda ser atribuida a nueva información, dado que estos movimientos son demasiado grandes en comparación con los eventos que dicen provocarlos.

Para ilustrar de manera gráfica por que los índices de precios parecen demasiado volátiles de acuerdo con los mercados eficientes en 1981 Shiller publicó un artículo en el *American Economic Review* con pruebas de que ningún movimiento en las cotizaciones globales de los Estados Unidos, más allá de la tendencia de crecimiento de los precios, ha sido justificado posteriormente por un movimiento similar en los dividendos, dado que el valor actual de los dividendos sugiere un ritmo de crecimiento más lento [32].

El artículo incluía el siguiente gráfico [1.1] del Índice Compuesto de Precios de S&P para el período 1871-1979 y el valor actual de los dividendos calculado a partir de estimar los dividendos del año anterior. El valor actual de los dividendos no se puede conocer durante el año al que corresponde, dado que es determinado por los dividendos a pagar cuando el año haya terminado.

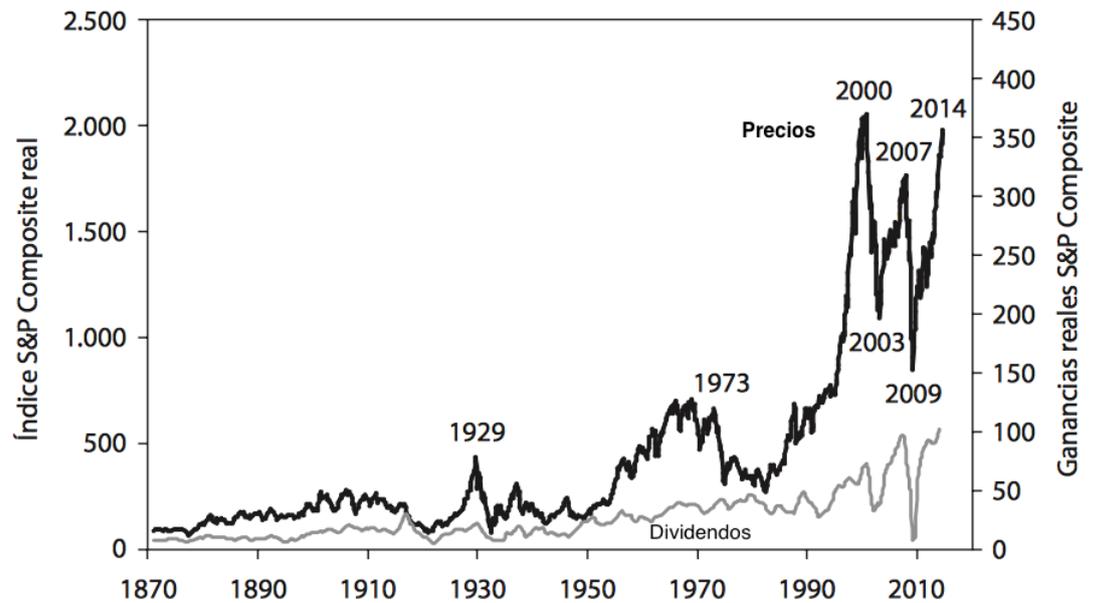


Figura 1.1: **Precios y dividendos del mercado de valores estadounidense, 1871-2014**

Si el valor actual de los dividendos tuviera una mejor correlación con las cotizaciones de las acciones, podríamos decir que hay pruebas de que los precios se comportaron de acuerdo a la teoría de los mercados eficientes. Pero la realidad parece ser otra.

Observemos por ejemplo el movimiento del valor de los dividendos reales durante el período posterior a 1929, que incluye la Gran Depresión de la década de 1930. El índice compuesto real de S&P se desplomó un 80.6 % desde la cima de septiembre de 1929 hasta el abismo de junio de 1932, pero el valor actual de los dividendos cayó solo el 3.1 %.

Este tipo de análisis, sobre casos particulares, llevo a Shiller a detectar las burbujas “punto com” y la de las hipotecas subprime y a predecir su estallido y consecuente crisis.

Desde un punto de vista más pragmático, George Soros afirma que las burbujas existen, a tal grado que parte de su riqueza la formó vendiendo justo antes que algunas burbujas estallaran. Además, Soros como estudioso de las burbujas ha descrito su evolución como lo veremos en el capítulo dos.

Así pues un reto para los financieros y los economistas matemáticos es desarrollar modelos que representen la formación, evolución y estallido de burbujas.

Los modelos estocásticos dinámicos y de equilibrio general que mencionamos anteriormente asumen un sólo tipo de participante del mercado representativo de toda la población cuyo objetivo es maximizar sus utilidades y emplean factores estocásticos exógenos para evitar una dinámica determinista del mercado. Tomas Lux ha dado pie a que se exploren los sistemas financieros viéndolos como sistemas compuestos de un gran número de agentes que no necesariamente tienen las mismas preferencias y que interaccionan entre sí y con el mercado en formas diversas. A este tipo de modelos se les llama modelos basados en agentes (ABM por sus siglas en inglés) [11], en los cuales los participantes que componen el mercado pueden ser heterogéneos con respecto a las estrategias de comercio que utilizan, las escalas de tiempo en las que operan, la magnitud de sus volúmenes de compra y venta, etc.

Los ABM poseen características que los hacen de mucha utilidad comparados con los demás método para modelar sistemas económicos: facilitan la utilización de distintos tipos de agentes, siendo la interacción entre los agentes lo que genera la dinámica de los precios.

Esta tesis revisa diferentes modelos matemáticos de burbujas para diferentes propósitos. Por ejemplo algunos permiten explicar como se inicia una burbuja financiera, otros más sirven para tomar decisiones mediante la simulación de diversos escenarios de la economía y otros tratan de predecir el futuro.

Dividimos este trabajo de tesis en cuatro capítulos. El primero de ellos contiene

un recuento histórico y algunos conceptos preliminares que nos ayudarán a definir lo que es una burbuja financiera. En el segundo capítulo daremos una breve introducción de algunos mecanismos que de acuerdo a los especialistas provocan la dinámica de una burbuja así como también explicaremos las diferentes clasificaciones que se tienen sobre las etapas de desarrollo de una burbuja.

Para el tercer capítulo enunciamos y explicamos a manera de resumen los diferentes modelos matemáticos que se revisaron para este trabajo haciendo una clasificación de acuerdo a las herramientas que utilizan y sus objetivos, también dedicamos una sección a explicar con más detalle aquellos modelos que en nuestra opinión contienen conceptos esenciales para modelación matemática de burbujas.

Finalmente en el último capítulo analizamos la problemática que las autoridades financieras enfrentan acerca de la detección de burbujas y si deben tomar acción para impedir su desarrollo.

Capítulo 2

Concepto de Burbuja

El libro *Manias, Panics and Crashes* de Charles Kindleberger y Robert Aliber [13] presenta evidencia suficiente acerca de la formación, evolución y estallido de lo que podemos llamar una burbuja. Algunos ejemplos narrados en el libro son los siguientes.

A lo largo de la historia económica mundial han ocurrido importantes crisis económicas, algunas de ellas debidas a la explosión de burbujas financieras. La Tulipomanía 1636-37 en Holanda es uno de los primeros ejemplos de especulación. El poseer un tulipán era considerado como un símbolo de riqueza por lo que se emitían contratos que garantizaban la posesión de la flor que nacería del bulbo, estos contratos se vendían y compraban hasta su fecha de vencimiento.

La especulación sobre los bulbos hizo que los precios alcanzaran niveles tan altos que en la cumbre de la burbuja un bulbo de tulipán llegó a intercambiarse por carruajes nuevos, ganado, etc. La burbuja explotó cuando el precio de la flor cayó antes de que vencieran los contratos; se habían comprometido enormes deudas para comprar flores que ahora no valían nada.

Otra burbuja se desarrolló en 1719-20, la burbuja del Mississippi en Francia. John Law fundó el Banque Royale, el cual emitía billetes para pagar las deudas del estado y también ofrecía acciones de la compañía de Mississippi y de las Indias que por el momento se dedicaban a explotar las minas de Luisiana. Al percatarse el público de que no existían pruebas de la presencia de oro en las minas se perdió la confianza en el banco y exigieron el pago de sus contratos, contratos que el Banque Royale no podía pagar.

Mientras tanto en Inglaterra se desarrollaba la burbuja de los terrenos en los mares del sur. La compañía de los mares del sur daba solución a los problemas de deuda

de Londres a cambio de ser la única en comerciar y traficar con las riquezas de América; aunque el comercio fue casi inexistente la compañía difundió rumores extravagantes sobre el valor potencial de sus operaciones en América.

Antes de la explosión de esta burbuja cada acción de la compañía de los mares del sur llegaron a valer £1000. En este punto el precio de las acciones ya no tenía relación con el verdadero giro de la empresa. Entonces, directores de la empresa decidieron vender sus participaciones de la compañía, lo que provocó desconfianza en el mercado y una disminución abrupta en el precio.

En 1929 se produjo una de las crisis económicas mas devastadoras de la que se tiene registro, también conocida como la gran depresión. Estados Unidos vivía una época de prosperidad tras ser uno de los vencedores de la primera guerra mundial. Dentro de las principales innovaciones de esta época fue la de los créditos para el consumo; el famoso compre ahora y pague después (*Kindleberger 1991*) que permitió la participación de la sociedad en el mercado de inversiones.

En 1926 ocurrió un pequeño declive en el sector inmobiliario que truncó el aumento sostenido de los precios de las acciones en la Bolsa de Nueva York. Ante esto la Reserva Federal anunció un ajuste en las tasas de interés ver figura [2.1] (durante toda la tesis nos estaremos refiriendo continuamente a las tasas de interés que ha ido manejando la Reserva Federal de los Estados Unidos) para controlar la situación, pero el National City Bank intervino con préstamos para que la Fed no restringiera el mercado monetario. Esta intervención tuvo un efecto positivo en el precio de las acciones.

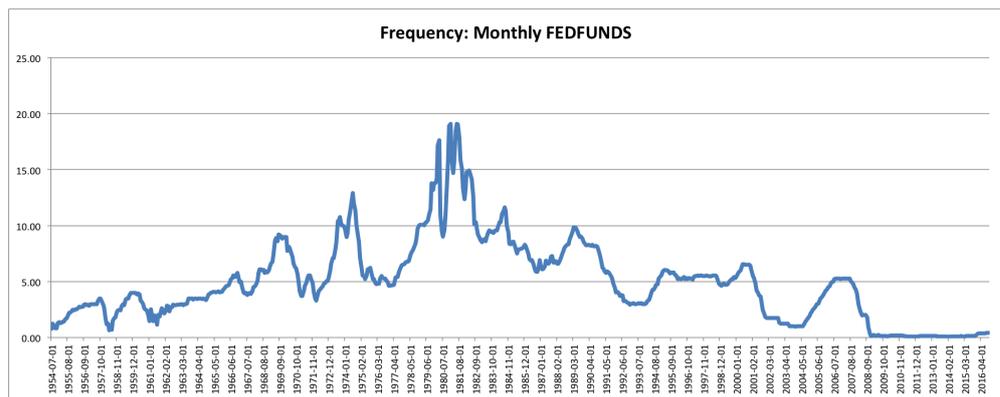


Figura 2.1: Valores de la tasa de interés de la Reserva Federal de Estados Unidos de julio de 1954 a abril del 2016

CAPÍTULO 2. CONCEPTO DE BURBUJA

Después de este pequeño episodio la población inversionista novata, especulaba en el mercado de acciones con fuertes sumas de dinero gracias a las nuevas políticas de préstamo. Con estas facilidades aumentó la demanda de acciones y por lo tanto los precios aumentaban cada día.

Para el famoso jueves negro, 24 de octubre de 1929, debido a un exceso de oferta los precios de las acciones se desplomaron en el mercado de valores de Nueva York, tras una recuperación el viernes y otra pequeña el lunes, se produjo el martes negro, donde el índice de la Bolsa descendió más que en ninguna otra jornada de la Bolsa. Las bajas continuaron hasta el mes de enero.

Una burbuja financiera en la que México participó fue la del mercado accionario de 1987 [17]. El 19 de octubre se desplomó la Bolsa Mexicana de Valores. En un día perdió 52 671 puntos, esto es, 16.5 %. Dicha tendencia continuó en los días siguientes hasta volverse un fenómeno dramático. En el curso de un mes llegó a perder 70 % y seguía a la baja, generando un clima de histeria entre los inversionistas. Miles de personas se vieron afectadas, lo que creó un ambiente de incertidumbre y malestar muy negativo.

Desde los últimos meses de 1986 empezó a darse un dinámico crecimiento del índice de precios de las acciones cotizadas en la Bolsa Mexicana de Valores. Entre el 31 de diciembre de 1986 y el cierre de mayo de 1987, la bolsa había subido 148 %, por lo que muchos analistas consideraban que su auge no se prolongaría demasiado.

Sin embargo, el mercado accionario tuvo incluso una apreciación más rápida, que continuó hasta octubre, cuando alcanzó niveles sin precedente. Luego del inicio de la jornada bursátil excepcionalmente activa ocurrida el lunes 5 de octubre; el día siguiente a la postulación de Carlos Salinas de Gortari como candidato del PRI a la presidencia de la república, las autoridades financieras ordenaron la suspensión de las actividades de la bolsa por unas horas.

En los días posteriores, la tendencia de los precios de las acciones fue a la baja, pero sin que hubiera aún conciencia de que esto llegaría a convertirse en un desplome. La caída fundamental ocurrió a finales de la tercera semana de octubre, al mismo tiempo en que se derrumbaban las bolsas de valores de los principales centros financieros mundiales.

La caída de la Bolsa de Valores fue un fenómeno que se dio, en buena medida, como contagio por lo ocurrido en Wall Street, donde el crack tuvo lugar el mismo día y siguió después una tendencia paralela. La repercusión que los movimientos

de Wall Street tuvo sobre todo el mundo capitalista debido a esta caída alteraba la relación económica interna de ese país, lo cual obligaría al gobierno a contraer su economía para hacer frente a su déficit financiero y comercial [17]. La recesión podría modularse sólo con inflación, fenómenos que inevitablemente, dada la fuerza de la economía norteamericana, dañarían a todas las demás economías.

Era posible que se diera un alza en las tasas de interés norteamericanas, lo que aumentaría nuestra deuda y disminuiría la capacidad de inversión del Estado. Por otro lado, en esos días empezaron a verse señales de la posible caída de los precios internacionales del petróleo. Todo ello hizo que los inversionistas mexicanos, al analizar tal panorama y mirar hacia dentro del país, se preguntaran sobre nuestra capacidad para resistir una perspectiva tan sombría.

El temor de que los problemas de la economía norteamericana obligaran al gobierno de México a hacer otro ajuste que incrementara la inflación y que ello condujera a la baja de sus acciones, llevó a los inversionistas a vender de manera precipitada.

En el 2000 estalló otra burbuja financiera en los Estados Unidos de Norteamérica. A partir del año 1997 se crearon nuevas empresas ligadas al internet llamadas empresas “punto com” que prometían gran crecimiento y grandes rendimientos con baja inversión haciendo que estas empresas se sobrevaloraran en la bolsa de valores.

Los inversionistas agresivos, los primeros en invertir en las empresas punto com, cambiaron sus estrategias usuales y dada la dificultad para enfocarse en la confiabilidad del proyecto, los factores importantes se convirtieron en cuantos visitantes atraía el sitio web de la empresa; el tiempo que pasaban en este o simplemente los planes de expansión de mercado de la empresa.

La burbuja explotó cuando la Fed decidió intervenir y aumentar la tasa de interés en seis ocasiones desde 1999 hasta principios del 2000 ver figura [2.1], esto frenó la economía y provocó una falta de liquidez por parte de las empresas “punto com” haciendo que comenzaran con fusiones, adquisiciones, despidos y cierres.

Como consecuencia del estallido de la burbuja “punto com” la Reserva Federal bajó la tasa de interés al uno por ciento y la mantuvo en ese nivel hasta junio del 2004 para reactivar la economía. Esto permitió que se desarrollara otra burbuja financiera en Estados Unidos.

Ante el incremento de los precios de los inmuebles entre 1997 y 2006 y la abundancia de crédito barato a principios del siglo los bancos norteamericanos idearon

formas novedosas para poder otorgar créditos hipotecarios a clientes cuya solvencia económica no era buena. Estos clientes fueron considerados como “subprime” y de ahí el nombre de la burbuja. Referencias sobre esta burbuja abundan. Ver por ejemplo [13], [34], [33]

Al principio el banco no perdía, pues aunque los clientes “subprime” incumplieran, este tenía en garantía el inmueble que hasta el momento seguía incrementando su valor debido a una fuerte demanda ocasionada por las personas que querían comprar su casa usando el crédito barato.

Los créditos hipotecarios son activos a largo plazo, es decir, dinero al cual el banco no tiene acceso por un periodo prolongado. Por esta razón, hicieron uso del proceso de securitización, el cual consistía en empaquetar hipotecas que formaban un activo que se vendía en forma de valores en el mercado accionario liberando así una capacidad de crédito para nuevos prestamos.

Estos nuevos valores llamados (Asset Backed Security, ABS) se emitían en tramos de hipotecas de acuerdo a la probabilidad de impago. Los diferentes tramos de los ABS se podían clasificar en “tramo Junior”, “tramo Mezzanine” y “tramo senior”. Estos tramos estaban ordenados de acuerdo a los riesgos que toman y que son compensados con una mayor ganancia.

Encontrar compradores para los tramos Senior no fue un problema, pero eran pocos los inversionistas dispuestos a invertir en los tramos restantes, esto llevó a la creación de nuevos instrumentos creados de la misma manera que los ABS, esto es los títulos del tramo Mezzanine se ponen en un portafolio y se dividen en tramos de acuerdo a los riesgos asociados a los flujos del portafolio. La estructura resultante es conocida como (Collateralized Debt Obligation CDO).

El mercado de los CDO's funcionaba a la perfección siempre y cuando el precio de la vivienda siguiera creciendo, ya que, el proceso descrito fue amplificado por lo que se llama refinanciamiento. En una época en la cual los precios de los bienes raíces suben constantemente, una persona que compró una casa en \$ 500,000 al cabo de un año tiene una casa cuyo precio de mercado es de \$600,000 de tal forma que puede obtener una nueva hipoteca por los \$100,000 de diferencia.

De esta forma la gente tenía una casa y dinero extra para invertir o gastar. En algunos casos tal dinero se podía usar para ir pagando la hipoteca. Debido a ello las inmobiliarias fueron disminuyendo los requisitos para otorgar créditos hipotecarios ya que con el refinanciamiento, una casa se “pagaba sola”.

Como ya se puede observar el problema surgió cuando el aumento en el precio de los inmuebles se frenó y la tasa de morosidad aumentó. En cualquiera de estos casos los CDO's pierden su valor, los bancos no perderán dinero en un principio ya que estaban cubiertos por CDS (credit default swaps).

Un CDS es un contrato bilateral en el que una de las partes (comprador de protección) se compromete a pagar periódicamente una cuota fija llamada prima a la otra parte (vendedor de protección) durante un período determinado, si en un momento el instrumento de deuda protegido sufre la quiebra de la empresa o el impago de alguno de sus bonos entonces se produce la liquidación y el comprador de protección será compensado por dicha pérdida.

El punto de inflexión se presentó con la caída del precio de las viviendas en el otoño del 2005 y por el incremento de la tasa de interés en junio de 2004 para controlar la inflación. Estas acciones repercutieron de manera importante en el mercado inmobiliario pues la devaluación de las viviendas hizo que la cantidad de dinero que debían las personas fuera mayor que el de su vivienda.

La morosidad comenzó a causar pérdidas importantes en entidades financieras de Estados Unidos, deteniendo así el mercado de ABS, el declive del negocio de las hipotecas subprime comenzó en febrero de 2007 cuando más de 25 empresas dedicadas a dar préstamos hipotecarios se declararon en quiebra.

La burbuja explotó con la quiebra de Lehman Brothers, considerado el cuarto mayor banco de inversión de los Estados Unidos, un día después, la mayor aseguradora de Estadounidense, American International Group (AIG) se declaró en bancarrota pero fue rescatado por la Fed para tratar de detener la caída del sistema financiero. Esta acción generó gran polémica del por que AIG fue rescatada y no Lehman Brothers generando desconfianza por parte de los diversos agentes económicos.

Con los ejemplos anteriores buscamos demostrar la existencia de burbujas. También, dado que no existe una sola definición aceptada de burbuja financiera, intentamos indagar sobre las posibles causas que hacen que se inicie, desarrolle y explote una burbuja financiera. Muchos especialistas en economía y en mercados financieros han estudiado este tema. En este trabajo mencionamos sus ideas más significativas para formar nuestra propia opinión. Para una revisión más profunda de todos los conceptos mencionados en este apartado ver el glosario.

2.1. Valor intrínseco vs Precio de mercado

Un problema importante dentro de los mercados financieros es la medida en que los precios de los activos representan sus valores fundamentales o intrínsecos. El valor fundamental de un activo es lo que realmente vale. Por ejemplo el precio de un bulbo de tulipán llegó a ser muy alto sin embargo su valor era definitivamente mucho menor. La diferencia entre el precio (valor de mercado), el cual es determinado por las distintas órdenes de compra y venta de los inversionistas y el valor intrínseco, ha sido un tema ampliamente discutido por los economistas y hasta la fecha hay discrepancia entre ellos.

Hay quienes, como Eugene F. Fama economista y premio nobel de economía 2013 [7], al no poder determinar el precio intrínseco consideran que el único referente real es el precio de mercado. Fama tiende a desestimar la existencia de las burbujas.

Hay una rama de la teoría económica y financiera que considera a los precios como única variable observable y por lo tanto desarrolla sus modelos en base a ellos.

El primero en afrontar esta situación desde un punto de vista matemático fue Harry Markowitz [20], premio Nobel de Economía en 1990, quien identificó el rendimiento promedio de las acciones de un portafolio de inversión¹ en un período dado como el mejor predictor del rendimiento (y por ende del precio) y a la varianza de dicho portafolio como el riesgo al que esta sujeto el portafolio. De hecho fue este el primer modelo matemático de riesgo.

Markowitz plantea un modelo de conducta racional por parte del inversionista. Es decir, el inversionista prefiere o debería preferir maximizar los rendimientos futuros y considerar la variación de estos rendimientos como algo negativo, como un riesgo que debe asumir.

Por lo tanto para él un portafolio de inversión será eficiente si proporciona el máximo rendimiento posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

Dado que lo que pueda pasar con los rendimientos en el futuro no es conocido con certeza estos deben ser considerados como rendimientos esperados o anticipados.

El gran éxito a nivel teórico del modelo de Markowitz radica en la consideración de

¹Un portafolio de inversión es una selección de activos o valores que se cotizan en el mercado bursátil y en los que una persona o empresa deciden colocar o invertir su dinero

2.1. Valor intrínseco vs Precio de mercado

los rendimientos de un portafolio de inversión como una esperanza matemática, es decir la suma ponderada de los valores esperados de los rendimientos de cada activo y el riesgo de dicho portafolio como la suma ponderada de las desviaciones entre el valor esperado de los rendimientos de un activo y el rendimiento de dicho activo.

Las combinaciones riesgo-rendimiento de todos los portafolios de inversión se posicionan en lo que se denomina frontera eficiente. Una vez conocida ésta, el inversionista, de acuerdo con su aversión al riesgo, elegirá su cartera optima.

Siguiendo esta línea de pensamiento William Sharpe [31] desarrolló el método CAPM que pronto se convirtió en una herramienta muy usada. Dentro del CAPM se supone que cada inversionista usa los mismos valores de rendimientos esperados, varianzas y covarianzas para todos los activos que forman el portafolio, basando sus decisiones de inversión únicamente en estos valores. En particular cada inversionista obtendrá la misma frontera eficiente de la cual seleccionará su portafolio de acuerdo a su aversión al riesgo. El modelo CAPM se explica con más detalle en el Apéndice A.

Vino después la crítica por parte de Fama y French [7] en la cual establecen que el modelo no explica adecuadamente la variación en los rendimientos de los activos. Estudios empíricos muestran que activos con bajas betas (ver Apéndice A) pueden ofrecer retornos más altos de los que el modelo sugiere.

También critican la hipótesis de que el portafolio de mercado consiste de todos los activos en todos los mercados, donde cada activo es ponderado por su capitalización de mercado (tamaño). Esto asume que los inversionistas no tienen preferencias entre mercados y activos, y que escogen activos solamente en función de su perfil de riesgo-rendimiento.

Fama en su artículo *Efficient Capital Markets: A review of Theory and Empirical Work* [6] se erige como uno de los principales defensores de la teoría de los mercados eficientes. La cual postula que un mercado de valores es eficiente cuando la competencia entre los distintos agentes económicos que intervienen en el mismo, guiados por el principio del máximo rendimiento, conduce a una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de cualquier título constituye una buena estimación de su valor intrínseco.

Es decir, para Fama, el mercado se comporta como un juego equitativo o juego limpio (fair game) en el que los precios reflejan completa e instantáneamente toda la información disponible; de modo que los inversores no deberán preocuparse por

la valoración de los títulos, puesto que éstos estarán perfectamente valorados.

En un mercado eficiente, ningún grupo estaría en situación de desventaja, ni tampoco de ventaja sobre los demás; puesto que todos poseen la máxima información. De forma que el único modo de obtener beneficios extraordinarios es conseguir información que no tengan los demás inversores, o aprovechar las disparidades temporales que puedan surgir entre el precio de mercado de un título y su valor intrínseco.

En esta tesis adoptamos la posición de que aparte del precio, existe un valor fundamental que aún cuando sea imposible determinarlo precisamente es posible estimarlo o al menos establecer cuando el precio se ha desviado mucho del valor intrínseco pero que en condiciones de estabilidad dichos precios no difieren demasiado. Este enfoque es el seguido por Robert Shiller [33] y otros investigadores.

El problema de estimar el valor fundamental de un activo tiene tres partes principales:

- Estimar los rendimientos futuros del activo.
- Estimar el valor del activo al final del periodo de valuación.
- Decidir las tasas de descuento para la traducción de rendimientos futuros a valores actuales.

En la practica hay muchas técnicas para estimar el valor fundamental o equivalentemente el valor de una empresa. La circunstancia que hace difícil distinguir entre el precio de mercado y el valor fundamental es que el comportamiento en los precios de mercado puede ser muy errático debido a que en su determinación intervienen muchos factores.

La teoría de los mercados eficientes ha sido un paradigma dominante en finanzas durante muchos años, sin embargo, la existencia de discrepancias con la realidad hace que sean muchos los estudiosos que no están de acuerdo con la eficiencia de los mercados.

La paradoja de Stiglitz y Grossman, afirma que si efectivamente los mercados son eficientes y aceptamos entonces que toda la información relevante para pronosticar el desempeño futuro de un activo ya está incorporado en su precio, entonces la

inversión en recursos, destinada a pronosticar dicho desempeño no tiene sentido. Sin embargo, si todos los inversionistas abandonaran toda tarea de pronóstico, confiando en que los precios contienen toda la información disponible, los precios dejarían de contenerla. Para que los mercados sean eficientes, deben existir inversionistas que descrean de dicha eficiencia. Es decir, que en equilibrio, los precios no pueden contener toda la información y debe existir algún incentivo para compensar el costo de la tarea de investigar y pronosticar.

Algunos de ellos consideran que la suposición de la Teoría de los Mercados Eficientes y de que los inversionistas son seres perfectamente racionales contradice la evidencia que revela que los individuos no siempre se comportan racionalmente en sentido económico, sino que en ocasiones actúan siguiendo lo que se denomina un “comportamiento de rebaño”, de modo que cuando se producen movimientos en los precios en una dirección, ya sea al alza o a la baja, por una ineficiencia en el mercado, más y más agentes se unen a dicha tendencia para aprovecharla.

Este comportamiento puede llegar a ser tan irracional que provoque la aparición de burbujas especulativas, viéndose los precios incrementados muy por encima de sus niveles racionales; o incluso caídas bursátiles si tras el estallido de la burbuja especulativa surge el pánico financiero como en la burbuja inmobiliaria del 2007.

2.2. Modelos de racionalidad acotada

Una nueva generación de modelos investiga como los estímulos en el mercado y preferencias no racionales por parte de los inversionistas, que deciden invertir en un activo sin realizar antes una investigación sobre el potencial de dicha inversión, juegan un papel importante en la creación y crecimiento de una burbuja.

Hay varios investigadores que han reflexionado sobre el fenómeno de las burbujas financieras, en este capítulo consideramos en especial la del especulador financiero George Soros [34], el economista y premio nobel de economía 2013 Robert J. Shiller [33] y al final mencionamos el modelo de Philip Protter [28].

Debido a limitaciones de tiempo y de recursos, los inversionistas que observan a sus compañeros invertir en un activo en particular pueden concluir que su decisión esta basada en información privilegiada y pueden escoger añadir ese activo a su portafolio de inversión (*Shiller 2002*).

Según explica Shiller en la segunda edición de su libro *Exhuberancia Irracional*

CAPÍTULO 2. CONCEPTO DE BURBUJA

una burbuja especulativa *es una situación en que las noticias de los aumentos de precios alimentan el entusiasmo de los inversionistas, que se difunde por contagio psicológico de una persona a otra y en el proceso amplifica historias que pueden justificar esos aumentos. Esto atrae a una clase de inversionistas cada vez mayor, que a pesar de las dudas sobre el valor real de la inversión se ve atraída hacia ella en parte por la envidia del éxito de otros y en parte por el entusiasmo de la apuesta.*

La teoría de los ciclos de retroalimentación plantea que en respuesta a buenas noticias, un activo experimenta un incremento inicial en sus rendimientos. De esto se percatan un grupo de traders los cuales asumen que este incremento continuará y entonces compran el activo, incrementando el valor del mismo por encima de su precio intrínseco. El incremento de los precios atrae a más traders quienes también compran el activo en cuestión incrementando aún más su valor y así el proceso sigue.

El precio continuará subiendo siempre y cuando se siga invirtiendo capital en el activo. Shiller argumenta que los medios de comunicación amplifican estas tendencias de retroalimentación en el mercado. Mientras más inversionistas se interesen en un activo, los medios de comunicación le dan mayor cobertura y como consecuencia atraen a más inversionistas. Estos nuevos inversionistas compran el activo provocando una nueva alza en los precios del mismo.

Por otro lado George Soros profundiza sobre procesos económicos para los que las teorías clásicas no dan una explicación satisfactoria como el proceso de formación de burbujas en los mercados financieros.

Las escuelas económicas tradicionales enseñan que, cuando suben los precios, aumenta el número de ofertantes y disminuye el de compradores, mientras que si bajan sucede lo contrario. Sin embargo, todos sabemos que en la práctica, en ciertas ocasiones, un mercado en el que suben los precios atrae compradores, lo que aumenta la demanda y hace que suban más los precios. Un proceso de este tipo en el que el observador modifica el sentido del mercado se denomina “reflexivo”.

En su libro *El nuevo paradigma de los mercados financieros*, Soros dice que entender una situación y participar en ella son dos funciones diferentes. Por un lado, la gente intenta interpretar el mundo en que vive. A lo cual llama función cognitiva. Por otro, la gente quiere influir en el mundo y cambiarlo en su propio interés. Esto lo denota como función manipulativa.

Para que una función quede definida de manera unilateral, necesita una variable

independiente que determine el valor de la variable dependiente. En la función cognitiva, el estado real de las cosas se supone que es la variable independiente y la percepción de los participantes la dependiente; en la función manipulativa, es al revés. En situaciones reflexivas, cada función priva a la otra de la variable independiente que necesitaría para producir resultados. La reflexividad es precisamente esta interferencia de doble sentido.

Por ejemplo en el mercado de valores la gente compra y vende activos en anticipación de los precios de los valores futuros, pero esos precios dependen de las expectativas de los inversionistas. Las expectativas no pueden considerarse conocimiento. A falta de conocimiento, los participantes deben introducir un elemento de juicio o sesgo en su toma de decisiones. En consecuencia, los resultados tienden a divergir de las expectativas.

La reflexividad puede interpretarse como un circuito con retroalimentación de doble sentido entre las perspectivas de los participantes y el estado real de las cosas. La gente basa sus decisiones no en la situación real que se les presenta, sino en su percepción o interpretación de esa situación. Sus decisiones influyen la situación (función manipulativa) y los cambios en la situación tienden a cambiar sus percepciones (función cognitiva). Las dos funciones actúan al mismo tiempo lo cual crea indeterminación tanto de las percepciones de los participantes como en el curso real de los acontecimientos.

Para Soros, la gente participa, no sólo observa, pero el conocimiento que puede adquirir no es suficiente para guiar sus acciones, existe la posibilidad de error. A esta posibilidad le llama falibilidad y aparece, por lo tanto, cuando el conocimiento es imperfecto, sea por que es incompleto o por que es erróneo. La falibilidad se da en situaciones reflexivas.

Ahora que conocemos con más detalle la teoría de la reflexividad podemos observar que se opone a la teoría de los mercados eficientes. El supuesto de conocimiento perfecto entra en conflicto no sólo con la reflexividad sino también con la idea de entendimiento imperfecto.

Soros afirma que el efecto de la explosión de la burbuja del mercado de créditos hipotecarios de 2008 es equivalente al colapso del sistema bancario que se produjo durante la Gran Depresión. También afirmó que estábamos tratando con algo mucho más importante que una crisis de hipotecas subprime o una crisis inmobiliaria y que habíamos llegado al punto de inflexión de un proceso de expansión de crédito que se venía produciendo desde la Segunda Guerra Mundial y que se había

transformado en una super burbuja en los años ochenta.

Ahora que hemos revisado un poco de literatura acerca del concepto de burbuja financiera de acuerdo a algunos de los especialistas que han abordado el tema podemos enunciar nuestra propia idea de lo que es una burbuja.

Una burbuja es un proceso de incremento de los precios de un activo real o financiero por encima de su valor fundamental. Este incremento se debe en buena parte a la especulación en los mercados financieros. El proceso especulativo lleva a nuevos inversionistas a comprar con el objetivo de vender a un precio mayor en el futuro lo que provoca el incremento actual en el precio del activo.

La burbuja en el precio de un activo, para que se pueda considerar como tal, debe ser un proceso acelerado y continuo en un período relativamente corto. Puede ocurrir una leve caída en los precios del activo debido a inversionistas que al ver el incremento repentino del precio deciden vender, pero luego de esto, el precio del activo sube con mayor fuerza.

El precio del activo alcanza niveles demasiado altos hasta que la burbuja estalla, esto ocurre cuando hay una venta excesiva del activo y pocos compradores lo que provoca una caída repentina y brusca en los precios, llevándolos a niveles muy bajos incluso debajo de su valor fundamental. El estallido de la burbuja deja endeudamiento por parte de los compradores del activo que no vendieron antes de la caída de los precios.

Capítulo 3

Evolución de una Burbuja

En este capítulo vamos a realizar una descripción de las etapas por las que pasa una burbuja financiera para después describir algunos de los modelos existentes que tratan de replicar dichas etapas. Todo esto desde el punto de vista de los especialistas cuyas ideas principales se mencionaron en el capítulo anterior.

Para comenzar y aunque pueda parecer obvio una burbuja comienza con un incremento en los precios. Los precios se incrementan en un período de tiempo muy corto perdiendo la correlación con su valor fundamental y alcanzando niveles mayores, que para la percepción de los inversionistas puedan parecer correctos.

Continuando el proceso se da una inversión masiva. En cada burbuja de la que se tiene conocimiento hay una gran cantidad de dinero fluyendo dentro del mercado de la burbuja.

El apalancamiento es otro factor que hace que la burbuja siga creciendo, como en el caso de la burbuja de las hipotecas subprime las empresas hacían uso de nuevas herramientas financieras para continuar otorgando prestamos y que la gente siguiera invirtiendo en el mercado inmobiliario.

Otro factor que comparten las burbujas es el alto grado de incertidumbre que se maneja alrededor de la información acerca del activo en cuestión. Como en la burbuja “punto com” donde las nuevas compañías tecnológicas supuestamente establecerían nuevos horizontes para los negocios. Sin embargo existía incertidumbre respecto a la rentabilidad de dichas empresas, sus estrategias de negocios y de mercado.

De esta forma el precio del activo llega a niveles que objetivamente no son reales lo que provoca que los inversionistas empiecen a dudar y a deshacerse del activo

lo que finalmente provoca que caiga el precio del activo y se de un proceso de estampida donde todo el mundo quiere vender lo cual hace que se desplome el precio terminando así la burbuja.

Finalmente esta el papel del gobierno, cuya regulación laxa y a veces errónea propicia el crecimiento de la burbuja. De manera subyacente puede decirse que el gobierno forma parte de alguna etapa del desarrollo de una burbuja, ya sea en su nacimiento, desarrollo o estallido.

El ejemplo más documentado es la abolición de la ley Glass-Steagall en Estados Unidos de América, la cual era un marco legal que separaba a las instituciones bancarias en dos categorías: bancos comerciales, los cuales recibían depósitos, lo cual limitaba sus posibilidades de apalancamiento y por tanto de crecimiento del crédito, y los bancos de inversión que se financiaban exclusivamente a través del mercado de capitales: de modo que los bancos comerciales tenían limitados los riesgos que podían asumir, mientras que los bancos de inversión estaban sujetos a una regulación más estricta.

Se cree que una de las causas del surgimiento de la burbuja subprime fue la derogación de la ley Glass-Steagall. Esto relajó las condiciones para el otorgamiento y securitización de las hipotecas en el segmento subprime y alentó la creación de este mercado hipotecario paralelo permitiendo a los bancos comerciales actuar como un banco de inversión de modo que estos podían asumir más riesgos, aumentando la vulnerabilidad financiera.

Alan Greenspan, presidente de la Reserva Federal de Estados Unidos entre 1987 y 2006, respaldó la revocación de la ley permitiendo mayor competitividad en los mercados, entre las instituciones financieras haciendo más eficiente el sistema financiero. Sin embargo la realidad fue otra.

En resumen, puede decirse que una burbuja ocurre bajo situaciones que podrían aparentar ser una gran oportunidad de inversión pero que implican un nivel de riesgo debido a la falta de información que las rodea. Luego viene la gran cantidad de dinero que se invierte en el activo, la falta de regulación en ocasiones por parte de las autoridades reguladoras y el estallido.

A continuación mencionaremos como diferentes especialistas en el tema de burbujas financieras clasifican las diferentes etapas de la evolución de las mismas. Comenzando con Robert Shiller quien, considera que la burbuja es un ciclo de aumento del precio reforzado por lo que el llama mecanismos amplificadores, seguido

de un ciclo de decrecimiento de los precios de un activo.

3.1. Evolución de una burbuja financiera según Robert Shiller

A continuación explicaremos como según Robert Shiller existen algunos mecanismos que amplifican la confianza de los inversionistas, sus expectativas respecto al futuro comportamiento del mercado, y las distintas influencias que afectan la demanda de acciones [33].

Los mecanismos de amplificación operan a través de un ciclo de retroalimentación. Al final los consideraremos como esquemas de Ponzi que ocurren de manera natural.

El ciclo empieza con una oportunidad de inversión. Después, las expectativas de los inversionistas hacen subir aún más los precios e impulsan a otros a hacer lo mismo. De este modo, el ciclo se repite una y otra vez y produce una respuesta amplificada a los factores precipitantes originales.

En la gráfica 3.1 podemos observar como se ven algunas de las crisis que mencionamos en el capítulo anterior, como lo son: la caída de la bolsa en 1929 y 1973, la burbuja “punto com” en 2000 y por supuesto la crisis subprime de 2007. Todas ellas según el punto de vista de Robert Shiller son mecanismos que comienzan con un ciclo de aumento y luego de caída.

3.1.1. Alto grado de confianza de los inversores

Uno de los rasgos más asombrosos de los mercados alcistas es el alto grado de confianza de los inversores. Un encuesta realizada por Robert J. Shiller en 1999 entre individuos de alto poder adquisitivo de los Estados Unidos elegidos al azar demostró que la mayoría de la gente cree que las acciones son la mejor inversión a largo plazo.

Dicha encuesta nos permite comprobar la extraordinaria confianza pública en el mercado de valores, que en cierto sentido respalda las altas cotizaciones observadas en ese mismo año. La gente parece convencida de haber descubierto una inversión segura y lucrativa, una inversión que no puede perder. El público inversionista no percibe ningún riesgo real, lo que explica su voluntad de comprar acciones aun cuando estén sobrevaloradas de acuerdo a mediciones convencionales, como la re-

3.1. Evolución de una burbuja financiera según Robert Shiller

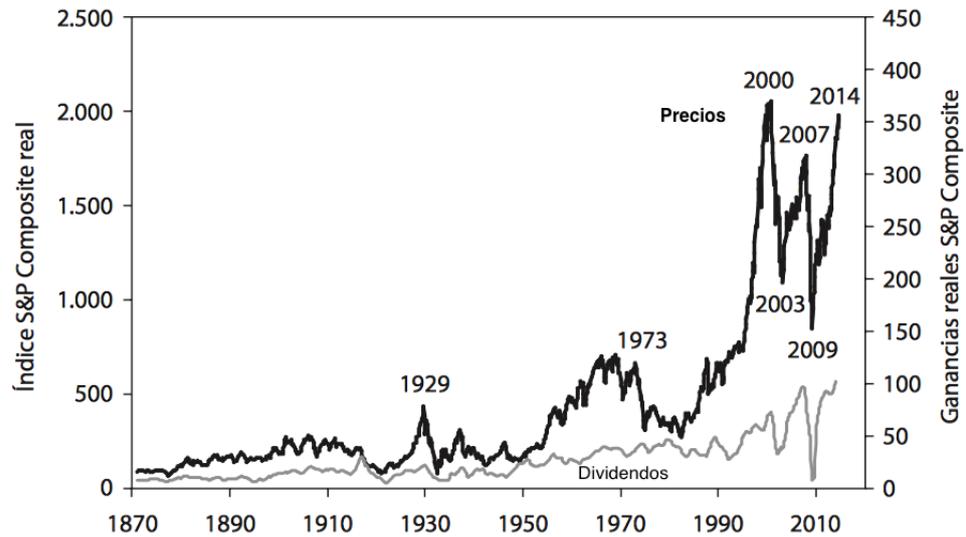


Figura 3.1: Precios y dividendos del mercado de valores estadounidense, 1871-2014

lación precio-beneficios.

Otra importante observación derivada de la misma encuesta es el aumento de confianza de los inversionistas respecto a la rápida recuperación del mercado luego de una caída de un día.

Es importante considerar la naturaleza y los orígenes probables de la confianza de los inversores, no solo para comprender la situación sino también para orientarnos en el debate de los ciclos de retroalimentación que analizaremos más adelante.

Los inversionistas cuyas edades oscilan entre los veinte y los cuarenta y tantos años han convivido con la tendencia alcista mientras decidían sus inversiones.

La experiencia subjetiva de observar que, con el paso de los años, el mercado tarde o temprano se recupera de sus caídas ejerce un impacto psicológico sobre nuestra manera de pensar. Este impacto es difícil de apreciar o reconstruir una vez ocurrido el hecho. Los que pensaban que el mercado bajaría y permanecería en ese estado durante mucho tiempo comenzaron a sentirse incómodos al ver que se equivocaban año tras año.

Así, el diferente entorno emocional afecta sus puntos de vista, o su manera de expresarlos, y ese impacto es independiente de toda evidencia subjetiva que respalde

o refute su visión.

Otros factores subyacen la confianza ciega de los inversores actuales, factores que solo contribuyen a enturbiar sus pensamientos. Uno de ellos es el inexorable aumento en el **índice de precios al consumidor (IPC)** que ha ejercido una presión alcista en los precios y por lo tanto ha tendido a borrar las caídas nominales en los mercados especulativos. La inflación disimula el hecho de que el activo especulativo podría no haber recuperado su valor real.

Otro factor importante sería la expansión económica. La visible confianza de la gente en el mercado es un reflejo de su confianza en el conjunto de la economía.

3.1.2. Teorías de retroalimentación de las burbujas

Según la teoría de los ciclos de retroalimentación, los aumentos iniciales en los precios conducen a mayores aumentos en los precios, dado que los efectos de los aumentos iniciales alimentan precios todavía más altos a través de la creciente demanda de los inversionistas por el activo en cuestión.

Otra versión sostiene que la retroalimentación se debe a un aumento de la confianza de los inversionistas en respuesta a aumentos pasados en las cotizaciones. La retroalimentación también puede ocurrir por motivos emocionales que no tengan vínculo alguno con las expectativas o confianza de los inversionistas.

Más allá de cuál teoría de retroalimentación se aplique, lo cierto es que la burbuja especulativa no puede crecer eternamente. La demanda de determinadas acciones por parte de los inversionistas no puede continuar para siempre y cuando deja de existir los precios caen. Según la versión corriente de la teoría de retroalimentación de expectativas, en ese momento podríamos esperar la caída de esas acciones en el mercado y un estallido de la burbuja, dado que los inversionistas ya no pensarían que la cotización seguiría subiendo y por lo tanto no tendrían motivos para conservarlas.

No hay motivos para pensar que ocurrirán súbitos estallidos de burbujas especulativas, ni siquiera en las versiones más populares de la teoría de retroalimentación. Para ello las demandas de los inversionistas deberían ser más ruidosas, es decir, los incrementos en el volumen de acciones operadas por los inversionistas provoca un incremento en el precio de dichas acciones, lo que significa que la diversidad de interpretaciones hace que la demanda por acciones se incremente; las respuestas a los cambios pasados en las cotizaciones, más impredecibles, y la falta de sin-

3.1. Evolución de una burbuja financiera según Robert Shiller

cronización entre los inversores, más evidente. Es lógico pensar que los inversores considerarán los cambios ocurridos en los últimos días, semanas o meses antes de decidir si el funcionamiento del mercado les parece atractivo.

Según cualquiera de estas teorías, es posible también que se generen burbujas negativas. En estos casos la retroalimentación se produce en sentido descendente: las caídas iniciales de las cotizaciones desalientan a los inversionistas, lo que produce posteriores caídas en los precios, y así sucesivamente. Los precios continúan bajando hasta que parece imposible que bajen todavía más, llegando este punto los inversionistas ya no tienen motivos para rechazar esas acciones y la burbuja negativa estalla.

La dinámica de los ciclos de retroalimentación puede generar comportamientos complejos y en apariencia casuales. Los así llamados generadores numéricos aleatorios, los cuales son dispositivos informáticos para producir secuencias de números sin un orden aparente, son solo ciclos de retroalimentación no lineales, e incluso algunos de los más simples muestran comportamientos tan complejos que sugieren la intervención del azar. Si admitimos que en la economía operan otras clases de ciclos de retroalimentación, llegaremos a la conclusión de que el azar del mercado, es decir, su tendencia a producir movimientos repentinos sin ninguna razón, no es tan inexplicable como creíamos. La rama de las matemáticas que estudia los ciclos de retroalimentación no lineales se llama **teoría del caos** y podría ayudarnos a comprender el complejo comportamiento del mercado de valores.

3.1.3. Los esquemas de Ponzi como modelos de retroalimentación y burbujas especulativas

Es difícil demostrar que un simple modelo mecánico de retroalimentación de precios, cuyo efecto es aumentar el entusiasmo y la atención de los inversores, es un factor importante en los mercados financieros. Podemos tener la impresión de que el público manifiesta su entusiasmo por las inversiones debido a los aumentos pasados en las cotizaciones, pero no tenemos pruebas concretas de que ese mecanismo de retroalimentación afecte sus decisiones.

Para demostrar este hecho resulta útil considerar el ejemplo de los esquemas de Ponzi. En un esquema de Ponzi, el gerente promete a los inversionistas enormes rendimientos a través de las inversiones realizadas. Pero lo cierto es que el dinero de los inversionistas no es colocado en ningún activo real. Este esquema consiste en un proceso en el que las ganancias que obtienen los primeros inversionistas son

generadas gracias al dinero aportado por ellos mismos o por otros nuevos inversionistas que caen engañados por las promesas de obtener grandes beneficios. El sistema funciona solamente si crece la cantidad de personas que quieran participar.

La posibilidad de que los supuestos rendimientos de las inversiones provengan en realidad del dinero de nuevas inversiones se suele exponer de manera constante y pública mucho antes del colapso de los esquemas, por lo que los embaucadores deben comparecer en público para negar la acusación. Y es asombroso que mucha gente haya continuado creyendo en el esquema a pesar de ello. Esto solo demuestra el poderoso efecto de ver a otros ganar enormes sumas de dinero. Para muchas personas el hecho de que otras hayan hecho fortuna es la prueba más persuasiva del relato de éxitos financieros que suele acompañar a los esquemas de Ponzi.

3.1.4. La burbujas especulativas entendidas como acontecer natural de los esquemas de Ponzi

Aun cuando no haya un manipulador que se ocupe de inventar historias falsas y embaucar a los inversionistas, por todas partes se escuchan rumores acerca del mercado. Cuando los precios suben varias veces, los inversores se ven recompensados sucesivamente a través de los movimientos de las cotizaciones en los mercados, como ocurre en los esquemas de Ponzi. Hay mucha gente que se beneficia y cuentan historias que sugieren que el mercado continuará en alza en un futuro.

Estas historias no tienen por qué ser fraudulentas; su efecto radica en hacer hincapié en las noticias positivas y poner menos énfasis en las negativas. El desarrollo de un esquema de Ponzi espontáneo, si podemos denominar así a una burbuja especulativa, será más irregular y menos drástico debido a la falta de manipulación directa. No obstante, si está respaldado por historias también espontáneas la evolución de la burbuja se asemejará en algo al de un auténtico esquema de Ponzi.

Muchos de los más importantes libros de texto sobre finanzas, que apoyan sin rodeos la idea de que los mercados financieros son racionales y eficientes, no explican por qué no pueden ocurrir ciclos de retroalimentación que sostengan las burbujas especulativas. De hecho no mencionan la existencia de las burbujas o los fraudes de Ponzi. Si los libros omiten mencionar el fenómeno, los estudiantes no tienen manera de saber si tiene o no repercusiones en los mercados financieros.

3.2. Evolución de una burbuja financiera según Álvaro Jiménez Jiménez

En su trabajo de tesis de doctorado, Understanding Economic Bubbles [12], este autor es más puntual en cuanto a las etapas del desarrollo de una burbuja financiera y con la ayuda de algunos gráficos estas etapas pueden identificarse con mayor facilidad.

Las diferentes etapas de una burbuja se pueden observar en el gráfico 3.2 y enunciar de la siguiente manera:

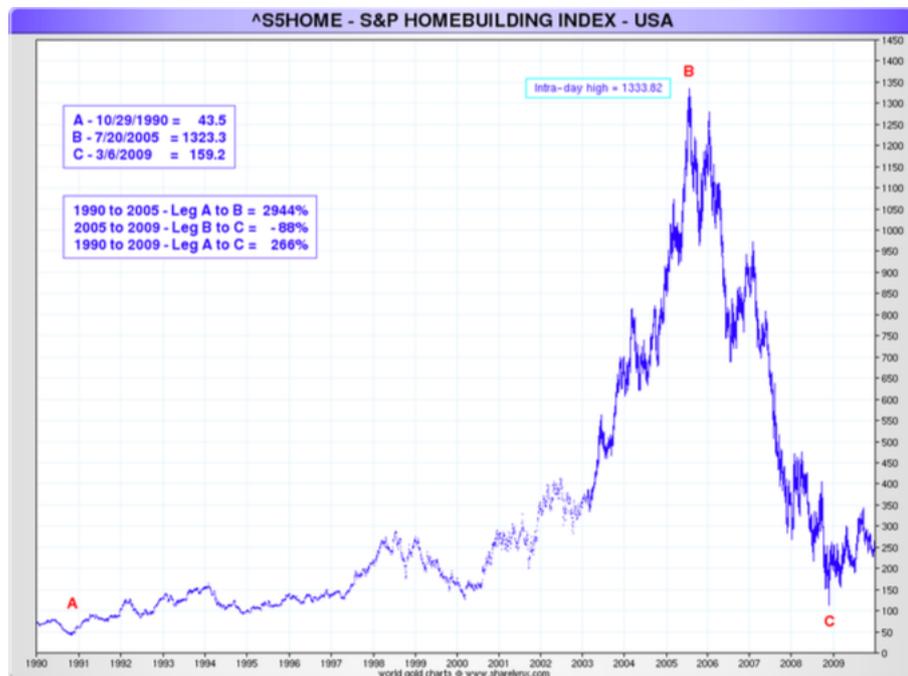


Figura 3.2: Burbuja de las Hipotecas subprime

SIGILO. Algunos inversionistas experimentados notan algunas características que podrían significar una apreciación en el valor de un activo, estas características vienen acompañadas de un riesgo dado que aún no es información comprobada. A esta inversión se le conoce como “dinero inteligente” pues toma lugar en el mercado con precaución y sin dejar que otros participantes lo noten. Hasta este momento el precio de los activos crecerá lentamente y sin la participación de una gran cantidad de inversionistas.

CONCIENCIA. La tendencia de crecimiento del precio es detectada por otros inversionistas quienes invierten dinero en el activo incrementando los precios aún más. Los nuevos inversionistas tal vez obtengan sus primeros rendimientos generando la primera venta de una cantidad significativa de activos la cual será aprovechada por el dinero inteligente quien comprará estos activos. Para el final de esta etapa los medios de comunicación se involucran y como resultado los inversionistas menos experimentados comienzan a invertir.

MANÍA. La tendencia de crecimientos del precio del activo es acelerada y el público en general decide invertir en la “oportunidad de su vida”. Se sigue un comportamiento en manada en el cual las decisiones de inversión se toman únicamente en base a donde invierte la mayoría su dinero. Grandes cantidades de dinero se invierten en el activo, generando grandes expectativas respecto a los rendimientos e incrementando los precios. Sin embargo el dinero inteligente comienza a vender discretamente. Durante la manía todo el mundo trata de participar de la situación sin ningún tipo de conocimiento y sin preparación. El apalancamiento y la deuda incrementan las ofertas y elevan los precios aún más.

EXPLOSIÓN. Hay una temporada de negación donde muchos inversionistas atrapados en la burbuja intentan convencer al público en general que la caída en los precios es solo temporal y que cualquiera que diga algo diferente no esta en lo correcto. El colapso comienza y el público en general se queda con sus activos sobrevalorados mientras que el dinero inteligente dejó el escenario tiempo atrás. La explosión es mucho más rápida de lo que fue la inflación. Muchos inversionistas que se encuentran muy endeudados se van a la bancarrota. Los precios decaen por debajo de su valor fundamental dando la oportunidad de comprar activos infravalorados que la gente no quiere comprar y es ahí cuando el dinero inteligente entra de nuevo.

3.3. Evolución de una burbuja financiera según George Soros

La teoría de la reflexividad de George Soros es explicada en su primer libro *La alquimia de las finanzas* (Soros 1987) y remarcada en su libro *El nuevo paradigma de los mercados financieros* (Soros 2008) utilizando el ejemplo de la crisis inmobiliaria.

Esta teoría afirma que existe una conexión de doble sentido entre pensamiento y

3.3. Evolución de una burbuja financiera según George Soros

realidad - que somos parte del mundo que deseamos comprender- y que cuando esta actúa de manera simultánea introduce un grado de incertidumbre en el pensamiento de los participantes y un elemento de indeterminación en el curso de los acontecimientos.

Originalmente Soros intentó modelar de manera matemática su teoría de la reflexividad mediante las siguientes ecuaciones (*Soros 1987*):

$$y = f(x)$$
$$x = \phi(y)$$

Por un lado la función f llamada la función cognitiva es aquella en la que los participantes intentan entender una determinada situación y la función ϕ llamada la función manipulativa determina como la situación es modificada por las acciones de los participantes.

Un buen ejemplo de la teoría de la reflexividad se da en los mercados financieros. El mercado de valores por ejemplo. La gente compra y vende activos en anticipación de los valores futuros, pero esos precios dependen de las expectativas de los inversionistas. A falta de conocimiento, los participantes deben introducir un elemento de juicio o sesgo en su toma de decisiones. En consecuencia, los resultados difieren con las predicciones que se tenían de ellos .

3.3.1. El modelo de auge y crisis

Una típica secuencia de auge y crisis comienza con un sesgo general y una tendencia general. En el caso del auge de conglomerados, el sesgo general era una preferencia por el crecimiento rápido de las ganancias por acción, la tendencia general era la habilidad de las empresas para generar un alto crecimiento de las ganancias por acción empleando su capital para adquirir otras empresas que vendían a una relación precio-ganancias más baja.

Según Soros las etapas de una burbuja son las siguientes:

- (A) Existencia de una tendencia y un sesgo general.
- (B) Periodo de aceleración: Se reconoce la tendencia general y el sesgo la refuerza.

- (C) Periodo de prueba: Los precios sufren una caída.
- (D) Si el sesgo y la tendencia general pasan el periodo de prueba ambos crecen aún más y se alejan del equilibrio.
- (E) Momento de declive: Cuando la realidad no puede mantener las altas expectativas.
- (F) Periodo de ocaso: La gente sigue invirtiendo a pesar de que sabe que se acerca una inminente caída.
- (G) Punto de intersección: La tendencia decrece y el sesgo crece, pero en sentido inverso.
- (H) Desplome.

El modelo de auge y crisis anterior tiene una forma asimétrica que tiende a comenzar lentamente, se acelera gradualmente y después cae más rápido de lo que ha crecido. Esta forma puede observarse con claridad en la figura 5.1 donde p representa los precios de las acciones y p^* las ganancias por acción.

3.3.2. Un ejemplo de la Teoría de Reflexividad de George Soros

En el capítulo anterior hablamos de la Teoría de la Reflexividad de George Soros, quien a pesar de ser un exitoso especulador, no ha obtenido especial atención sobre su teoría. En este apartado buscamos exhibir un pequeño ejemplo de reflexividad y riesgo sistémico, como la principal causa de las dinámicas en los precios. Este ejemplo puede verse con más detalle en [8].

Consideremos dos pequeñas empresas, firma 1 y firma 2. Supongamos que la firma 1 es dueña del 50% de las acciones de la firma 2 y viceversa. Además la firma 2 posee materias primas y la firma posee dinero en efectivo. Suponemos también que las dos firmas se encuentran en un estado de información incompleta o retrasada en el sentido en el que basan sus balances trimestrales en la información disponible más reciente de la otra firma la cual es del trimestre anterior.

3.3. Evolución de una burbuja financiera según George Soros

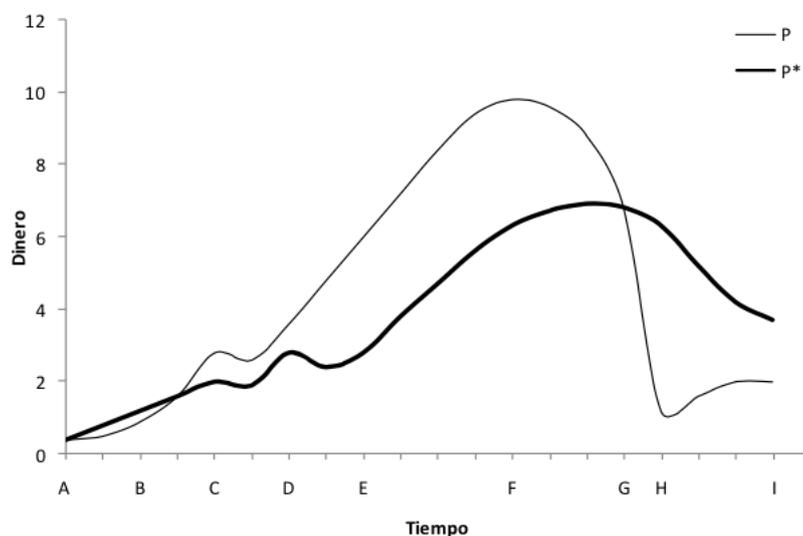


Figura 3.3: Modelo de auge y crisis

¿En que momento entra la reflexividad en este ejemplo? Bueno, pues consideramos como función cognitiva lo que la firma 1 observa de la firma 2 y viceversa, es decir, cada firma observa las publicaciones de los estados financieros de la otra firma. Como función manipulativa tenemos las decisiones de cada firma que están basados en información incompleta o retrasada obtenida de la función cognitiva.

¿Cómo funciona el proceso de retroalimentación? Supongamos que al tiempo 0 las dos firmas se encuentran en equilibrio en el siguiente sentido: Ambas firmas tienen una deuda de \$500, la firma 1 posee \$1000 en materias primas, la firma 2 posee \$1000 en efectivo. Supongamos también que el patrimonio de la compañía es de \$1000, entonces cada firma posee en 50% de acciones de la otra, esto es \$500. De esta manera obtenemos el siguiente balance general al tiempo 0:

Firma 1:

Activo	Pasivo + Capital
Materias Primas 1000	Deudas 500
Acciones firma 2 500	Patrimonio 1000
Total 1500	Total 1500

Firma 2:

CAPÍTULO 3. EVOLUCIÓN DE UNA BURBUJA

Activo	Pasivo +Capital
Efectivo 1000	Deudas 500
Acciones firma 1 500	Patrimonio 1000
Total 1500	Total 1500

Supongamos que al tiempo 1, un trimestre después, ocurre una caída en el precio de las materias primas de \$1000 a \$700. Las firmas usan su información incompleta, conocimiento atrasado (función cognitiva), para preparar su nuevo balance (función manipulativa) al tiempo 1:

Firma 1:

Activo	Pasivo + Capital
Materias Primas 700	Deuda 500
Acciones de la firma 2 500	Patrimonio 700
Total 1200	Total 1200

Firma 2:

Activo	Pasivo +Capital
Efectivo 1000	Deudas 500
Acciones firma 1 500	Patrimonio 1000
Total 1500	Total 1500

La nueva situación puede verse como un desequilibrio, ya que el balance de la firma 2 no contiene información actualizada acerca del estado de la firma 1 y viceversa. Un proceso reflexivo de retroalimentación se ha puesto en marcha, hasta el siguiente trimestre, al tiempo 2, la firma 2 reconocerá la situación y se adaptará. Sucesivamente esto provoca una disminución en el valor de las acciones de la firma 2, de lo cual se percatará la firma 1 en otro trimestre posterior y así continuará.

Un círculo vicioso ha comenzado, pero como se observa más adelante, un nuevo equilibrio se alcanza finalmente. Esta situación tiene que ser clasificada como un ciclo de retroalimentación negativa según Soros, en la que al final se llega a un equilibrio, en vez un ciclo de retroalimentación positiva el cual termina en un modelo de auge y crisis de la dinámica de los precios de los activos.

Continuando con el ejemplo, supongamos que las materias primas corrigen su precio una vez más en \$500 al tiempo 2. El nuevo equilibrio, que se alcanzará después

3.3. Evolución de una burbuja financiera según George Soros

de que este proceso de retroalimentación reflexiva negativa haya comenzado:

Firma 1:

Activo	Pasivo + Capital
Materias Primas 500	Deudas 500
Acciones firma 2 333.33	Patrimonio 333.33
Total 833.33	Total 833.33

Firma 2:

Activo	Pasivo + Capital
Efectivo 1000	Deuda 500
Acciones Firma 1 166.67	Patrimonio 666.67
Total 1166.67	Total 1166.67

Este nuevo equilibrio es de hecho solo el caso límite del ciclo de retroalimentación reflexivo, a continuación se muestra una tabla 3.4 que explica con más detalla la dinámica de los precios con el tiempo y donde puede verse el equilibrio alcanzado.

Queda claro que este pequeño ejemplo solo captura una minúscula parte de la reflexividad en los mercados financieros, el caso de la información retrasada. Notemos que la reflexividad, en este ejemplo, significa que el mercado constantemente se ve a si mismo y después reacciona a estas observaciones. Sin embargo, debido al retraso de la información este procedimiento esta sujeto a información incompleta en cualquier momento del proceso. Esto contrasta con la suposición, demasiado fuerte, de que los mercados asimilan la nueva información instantáneamente.

CAPÍTULO 3. EVOLUCIÓN DE UNA BURBUJA

Activo F1	Pasivo F1	Tiempo	Activo F2	Pasivo F2
Materias Primas 1000 Acciones 500	Deuda 500 Patrimonio 1000	0	Efectivo 1000 Acciones 500	Deuda 500 Patrimonio 1000
Materias Primas 700 Acciones 500	Deuda 500 Patrimonio 700	1	Efectivo 1000 Acciones 500	Deuda 500 Patrimonio 1000
Materias Primas 500 Acciones 500	Deuda 500 Patrimonio 500	2	Efectivo 1000 Acciones 350	Deuda 500 Patrimonio 850
Materias Primas 500 Acciones 425	Deuda 500 Patrimonio 425	3	Efectivo 1000 Acciones 250	Deuda 500 Patrimonio 750
Materias Primas 500 Acciones 375	Deuda 500 Patrimonio 375	4	Efectivo 1000 Acciones 213	Deuda 500 Patrimonio 713
Materias Primas 500 Acciones 356	Deuda 500 Patrimonio 356	5	Efectivo 1000 Acciones 188	Deuda 500 Patrimonio 688
Materias Primas 500 Acciones 344	Deuda Patrimonio 344	6	Efectivo 1000 Acciones 178	Deuda 500 Patrimonio 678
Materias Primas 500 Acciones 339	Deuda 500 Patrimonio 339	7	Efectivo 100 Acciones 172	Deuda 500 Patrimonio 672
Materias Primas 500 Acciones 336	Deuda 500 Patrimonio 336	8	Efectivo 1000 Acciones 170	Deuda 500 Patrimonio 670
Materias Primas 500 Acciones 335	Deuda 500 Patrimonio 335	9	Efectivo 1000 Acciones 168	Deuda 500 Patrimonio 668
Materias Primas 500 Acciones 334	Deuda 500 Patrimonio 334	10	Efectivo 1000 Acciones 167	Deuda 500 Patrimonio 667
Materias Primas 500 Acciones 334	Deuda 500 Patrimonio 334	11	Efectivo 1000 Efectivo 167	Deuda 500 Patrimonio 667
Materias Primas 500 Acciones 333	Deuda 500 Patrimonio 333	12	Efectivo 1000 Acciones 167	Deuda 500 Patrimonio 667

Figura 3.4: Información detallada del precio sobre el tiempo.

3.3. Evolución de una burbuja financiera según George Soros

Capítulo 4

Modelos matemáticos de burbujas financieras

Los dos capítulos anteriores dan una idea general de diferentes burbujas, sus efectos, su formación, su impacto en la economía y demás. Observamos que una burbuja puede finalizar con efectos positivos o negativos pero siempre con una redistribución de la riqueza. Algunas características o factores potenciales que usualmente tienen lugar en las burbujas son los siguientes: una alza en los precios, una gran inversión de dinero y especulación, endeudamiento y el papel del gobierno. También hemos señalado que una burbuja sigue un patrón de elevación de precios y su posterior caída que se clasifica en diferentes etapas dependiendo del autor.

Ahora que conocemos la importancia de una burbuja financiera nos gustaría encontrar un modelo que explique el por que de su origen, o que replique cada una de sus etapas para que así los inversionistas o las autoridades reguladoras puedan decidir en que momento participar. Para ello hacemos uso de las matemáticas.

Un modelo es una representación que describe en forma simplificada el comportamiento de un fenómeno o un objeto real.

Los modelos pueden ser representaciones físicas, gráficas y simbólicas o matemáticas. El modelo se dice matemático si el lenguaje de representación es matemático.

La últimas décadas han visto un fuerte interés entre ciertos campos de las matemáticas y de la economía. Ambas ciencias son disciplinas complementarias. La mayoría de las ramas de la economía moderna utilizan matemáticas, y algunas partes importantes de la investigación matemática han sido motivadas por problemas económicos. De igual manera muchos economistas han comprobado que las matemáticas les permiten mejorar su productividad y a su vez, muchos matemáti-

cos han descubierto que la economía les proporciona áreas para la aplicación de sus conocimientos.

Aunque la economía técnicamente es una ciencia social, los estudiantes que se dedican a este campo reciben una firme base matemática. Determinar cómo se asignan los recursos requiere de un entendimiento matemático de cómo calcular dichos recursos, el costo de distribución y la evaluación de otras medidas cuantitativas. Así, el campo de la economía está plagado de ecuaciones y aplicaciones matemáticas.

Los modelos económicos clásicos simplemente suponen que los participantes en el mercado basan sus decisiones en el conocimiento perfecto y en la maximización de su función de utilidad: uno de los postulados en que se basa la teoría de la competencia perfecta es el conocimiento perfecto. Bajo esos postulados los economistas construyen curvas de demanda y oferta que además consideran como independientes eliminando así toda posibilidad de una conexión reflexiva entre ellos como lo plantea George Soros.

Este enfoque se llevó a un extremo en la teoría de las expectativas racionales, que de alguna manera logró justificar que los futuros precios de mercado también pueden considerarse determinados independientemente y no están sesgados por las percepciones imperfectas de los participantes del mercado.

La realidad es que las decisiones de los participantes no se basan exclusivamente en el conocimiento y la optimización. Eso se refiere tanto a los participantes del mercado como a las autoridades financieras que están a cargo de la regulación y se supone que deben supervisar y regular los mercados.

La teoría económica imita a las ciencias naturales. Intenta establecer generalizaciones válidas en todo momento que puedan utilizarse para explicar y predecir los fenómenos económicos. En particular, la teoría de la competencia perfecta se basa en el modelo de la física newtoniana.

La mecánica newtoniana es un modelo físico macroscópico, en el que la posición o estado físico concreto de las partículas que integran un cuerpo puede ser resumido en una ecuación de estado, dicha ecuación toma en cuenta la fuerza y la aceleración que actúan sobre las partículas y pueden modificar su trayectoria. Este modelo físico es capaz de hacer predicciones bastante acertadas acerca del movimiento de dichas partículas.

Esta teoría describe con gran exactitud sistemas como cohetes, movimiento de

planetas y se pensó adecuado para describir el comportamiento de los distintos participantes en un mercado de valores. Sin embargo las partículas de un sistema siguen las leyes de Newton cosa que no ocurre con los participantes en un mercado financiero, dichos individuos piensan por si mismos y buscan sus propios intereses los cuales no tienen por que coincidir con la de los demás participantes.

La teoría microeconómica se ha construido como un sistema axiomático. Se basa en postulados, y todas sus conclusiones se derivan de ellos por cálculos lógicos o matemáticos. La teoría sostiene que, bajo ciertas condiciones la búsqueda de interés propio sin restricciones lleva a la asignación óptima de recursos y se alcanza el punto de equilibrio.

Esto nos conduce a la idea central de la nueva generación de modelos económicos, la cual es que los hechos sociales tienen una estructura diferente de los fenómenos naturales. Los fenómenos naturales están determinados por leyes científicas mientras que en los fenómenos sociales la gente participa, no sólo observa, pero el conocimiento que puede adquirir no es suficiente para guiar sus acciones. Además de que las decisiones de los participantes no siempre están guiadas por su conocimiento sino también por sus emociones y miedos las cuales no siguen leyes de validez universal.

Karl Popper, filósofo y teórico de la ciencia, insistió en lo que llamaba la doctrina de la unidad de método científico, es decir, la idea de que los mismos métodos y criterios aplicados al estudio de los fenómenos naturales se adaptan para el estudio de los asuntos sociales. Pero los componentes del mundo social actúan sobre la base de la comprensión falible. Su falibilidad introduce un elemento que no importuna al estudio de los fenómenos naturales.

4.1. Diferentes modelos para diferentes propósitos

Los mercados financieros son sistemas que incorporan una gran cantidad de información acerca de un bien en la serie de tiempo de sus precios. El paradigma más aceptado entre los académicos que estudian finanzas es que los precios reflejan por completo la información pública disponible. Como ya mencionamos en la introducción a esta idea se le llama Hipótesis de los Mercados Eficientes (HME).

La evidencia empírica parece apuntar a que la eficiencia es un razonable punto de partida para evaluar el comportamiento de los mercados. Sin embargo, existen

4.1. Diferentes modelos para diferentes propósitos

importantes violaciones de la eficiencia que dan indicios de que esta no es generalizable a todos los comportamientos de los mercados. Estas ineficiencias proveen de oportunidades de arbitraje estadístico, el cual consiste en lograr ganancias superiores a las del mercado incurriendo en poco riesgo, basándose en conjeturas estadísticas sobre diferencias en la esperanza del precio de algún bien. Como consecuencia de la explotación de dichas oportunidades de arbitraje, los participantes terminan eliminándolas rápidamente.

A pesar del poder explicativo que tienen los modelos basados en la HME las premisas sobre las que están construidos son aproximaciones demasiado alejadas de la realidad y como consecuencia con los resultados que se obtienen de ellos es muy difícil explicar algunas de las propiedades encontradas en los mercados, como por ejemplo la frecuencia con la que se han observado que ocurren crisis económicas.

Esta situación a dado pie a que se exploren nuevos modelos económicos que expliquen el mercado financiero y tomen en cuenta las crisis económicas o sean capaces de predecir sus posteriores consecuencias. Es posible dividir estos modelos de acuerdo a sus objetivos específicos, como pueden ser: explicar una situación la burbuja subprime del 2007; otros, que pretenden explicar el por que del origen de las burbujas y otros más que sirven para tomar decisiones o hacer pronósticos acerca del futuro. También podemos clasificar estos modelos de acuerdo a la teoría que emplean como pueden ser: teorías sociales y psicológicas; que toman en cuenta el comportamiento de rebaño, la retroalimentación y la especulación entre agentes y teorías matemáticas que van desde el calculo estocástico hasta modelos basados en agentes.

A continuación se hace una revisión de los modelos más importantes de cada clasificación.

4.1.1. Comportamiento de rebaño

El comportamiento de rebaño en las decisiones de inversión por parte de los participantes en el mercado de valores se muestra como un importante mecanismo para la creación y desarrollo de una burbuja.

Abreu y Brunnermeier [1] presentan un modelo en el cual la burbuja en el precio de un activo puede persistir a pesar de la presencia de arbitraje racional. La resistencia de la burbuja se debe a la incapacidad de los agentes a coordinarse en sus estrategias de venta. Este problema de sincronización junto con el incentivo individual de predecir resultados en el mercado da como resultado la persistencia de burbujas dentro de cierto periodo.

En ese artículo también se considera la presencia de eventos imprevistos, los cuales van desde noticias que pueden tener un impacto desproporcionado sobre el precio hasta eventos sincronizados que facilitan ataques coordinados para vender los activos y salir de la burbuja, cuando dichos ataques fallan se puede caer en el fortalecimiento de la burbuja.

Shiller nos da otra idea de por que los inversionistas prefieren seguir este tipo de comportamiento en sus decisiones de inversión. Debido a que el tiempo y los recursos son limitados, los inversionistas no pueden investigar de manera apropiada cada posible inversión. Un participante del mercado que observa que sus compañeros invierten en un activo en particular puede concluir que este toma su decisión en base a información privilegiada y escoge añadir ese activo a su portafolio de inversión.

Apostar en contra del comportamiento de rebaño mientras la burbuja crece es muy costoso, los traders que no pueden mantenerse a la par con sus compañeros sufren la salida de fondos por parte de inversionistas que deciden colocarlos con traders mas “exitosos”.

Finalmente ser recompensado por su desempeño como trader es otra importante razón por la cual se siguen las decisiones de inversión de otros traders. Estas consideraciones se explican con más detalle por Thomas Lux en [19].

En su artículo *Herd Behaviour, bubbles and crashes*, Thomas Lux, intenta formalizar el comportamiento en manada en los mercados especulativos. El surgimiento de las burbujas se explica como un proceso de infección auto-organizado sobre los traders que lleva a precios de mercado que se desvían de sus valores fundamentales. Se postula también que la buena disposición de los especuladores en seguir a la multitud depende de los rendimientos esperados que esperan obtener. Se presenta de una manera optimista una rentabilidad por encima del promedio que fomenta la disposición a tomar como verdaderas las creencias optimistas de los demás participantes.

Otro modelo que considera importante el comportamiento de los agentes que participan en el mercado es el de Jiansheng Wu [38]. El considera que existen tres principales elementos en los mercados financieros: la dinámica entre los agentes, el mecanismo entre precio y agentes y la dinámica de precios. Se presenta un modelo que trata de replicar el comportamiento de un mercado de valores basado en un modelo de agentes cuyo comportamiento esta dado por una matriz de interacciones lo cual lo convierte en un modelo de Ising modificado.

Este artículo es capaz de simular la dinámica entre agentes y precios que se dan en un mercado financiero real.

4.1.2. Retroalimentación

Esta clase de modelos genera burbujas suponiendo que un grupo de traders basa sus demandas únicamente en movimientos de precios anteriores. Esto es: En respuesta a buenas noticias un activo experimenta una alta rentabilidad inicial. Esto es observado por un grupo de traders quienes asumen que este aumento continuará y por lo tanto compran el activo aumentando aún más los precios por encima de su valor fundamental.

Este nuevo incremento en los precios atrae nuevos traders quienes también compran el activo y aumentan los precios aún más creando así un ciclo de retroalimentación positiva. El precio seguirá aumentando siempre y cuando se invierta más capital. Una vez que la tasa de nuevo capital entrante disminuya, también lo hará la tasa de aumento del precio, en este punto, el capital empezará a salir causando, eventualmente, la explosión de la burbuja.

Uno de estos modelos es el que presentan Nadja Dwenger y Oleg. V. Pablov en [5]. En este artículo se expone el primer sistema dinámico que estudia el efecto de la interacción entre los inversionistas fundamentales y los agentes especulativos sobre los precios de las acciones. En este modelo los inversionistas fundamentales toman decisiones de compra y venta de cierto activo basados en los rendimientos futuros de dicho activo y en el comportamiento de su precio actual. Los especuladores deciden si vender o comprar dependiendo de la desviación del precio actual respecto al precio más bajo alcanzado por el activo durante las cinco semanas anteriores.

El modelo identifica el total de exceso de demanda en el mercado generado por todos los agentes. También identifica cuatro ciclos de retroalimentación; dos de ellos provocados por los agentes especuladores y dos más por los agentes fundamentalistas.

En esta sección presentamos un modelo de retroalimentación de elaboración propia. El modelo consiste en dos ciclos de retroalimentación positiva causados por agentes especuladores, los cuales dividimos en dos grupos: pesimistas y optimistas. El modelo puede observarse mediante un esquema en la figura [4.1], de cualquier manera el modelo es el siguiente:

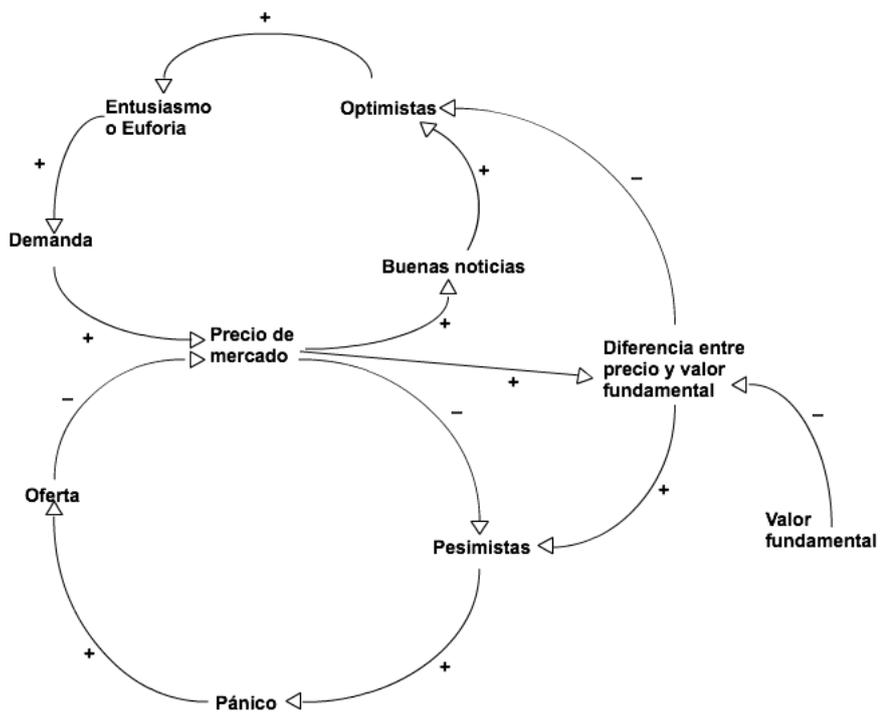


Figura 4.1: Estructura de una burbuja especulativa

4.1. Diferentes modelos para diferentes propósitos

El ciclo de retroalimentación positiva consiste en un aumento en el precio de un determinado activo, el cual se considera como una buena noticia y provoca que más agentes quieran invertir comprando unidades de dicho activo. Estos agentes son considerados como optimistas pues creen que el precio del activo seguirá en aumento. Debido al crecimiento en el número de estos agentes se crea una sensación de euforia entre el público en general que decide invertir generando un incremento en la demanda del activo, lo que termina provocando que en efecto el precio del activo continúe creciendo como es la creencia entre los agentes optimistas.

El otro ciclo de retroalimentación se da cuando existe una caída en el aumento del precio del activo en cuestión, es entonces cuando la creencia por parte de los agentes pesimistas de que el aumento en el precio no estaba justificado por un aumento en el valor fundamental se ve reforzada y deciden vender, esta actitud crea pánico entre los demás inversionistas quienes también deciden vender y se da un aumento en la oferta de unidades del activo provocando que los precios caigan aún más. En este caso la retroalimentación ocasiona la explosión de la burbuja.

También existe una relación entre la cantidad de agentes optimistas que pasan a ser pesimistas y viceversa. Cuando el aumento en el precio de un activo comienza, los agentes optimistas comienzan a comprar unidades del activo y como ya mencionamos anteriormente esto desata un mecanismo de retroalimentación que hace que el incremento en el precio continúe. Como consecuencia los agentes pesimistas, al percatarse del éxito que tienen los agentes optimistas, deciden invertir en el activo lo cual los convierte en agentes optimistas. De igual manera un agente optimista que se percata de la caída en el precio o de una venta masiva por parte de los demás inversionistas pasa a ser pesimista.

Finalmente la diferencia entre el precio y el valor fundamental del activo es un factor importante que influye en la posición que toma cada agente de ser pesimista u optimista. Si esta diferencia es muy grande el inversionista se da cuenta de la presencia de una burbuja en el precio y decide vender. En caso contrario si esta diferencia es pequeña el inversionista decidirá que es buena idea comprar para vender después a un precio más alto y generar una ganancia. La diferencia entre el valor fundamental y el precio de un activo es menor si se da el caso en el que el valor fundamental aumenta.

4.1.3. Modelos estocásticos

Una parte importante de la investigación financiera actual se dedica a las crisis, largos periodos de rendimientos negativos que vienen después de un periodo de

crecimiento en el precio de un activo. Un largo periodo de crecimiento en los rendimientos de un activo puede entenderse como una burbuja financiera.

En los últimos 10 años se ha desarrollado una teoría matemática de burbujas financieras utilizando la teoría de martingalas, esto basado en la ausencia de arbitraje en contraposición a la teoría del equilibrio. El artículo de Philip Protter [28], que se desarrolla con mayor detalle más adelante, intenta explicar con mucho detalle dicha teoría en su estado actual y además presenta la evolución de una teoría más reciente para la detección de burbujas.

Una característica que tienen en común las crisis financieras es que son eventos aleatorios cuya causa directa no puede ser identificada hasta tiempo después, cuando se encuentran varias razones que pudieron haber dado lugar a dicho evento. Para tener un mejor entendimiento del origen de una crisis en el artículo de A. Krawiecki y J.A. Holyst [15], se considera el efecto de una fuerza externa que actúa sobre los agentes de un modelo microscópico de movimiento de partículas de los mercados. Esta fuerza que se considera como la causa de la crisis, se supone demasiado débil para causar un cambio en la dirección de las partículas. Sin embargo, ellos proponen que este efecto puede ser amplificado por ruido externo el cual puede estar altamente relacionado con la orientación de las partículas.

Este mecanismo de amplificación de ruido es un fenómeno bien conocido en matemáticas como resonancia estocástica. En este artículo se muestra como el efecto de una fuerza externa relativamente débil puede ser amplificada por ruido interno y externo en un modelo biestable para crisis y burbujas financieras.

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

En el capítulo anterior se hizo una breve revisión de la literatura existente referente a la modelación de burbujas financieras, tratando de clasificarlos de acuerdo a su uso y al tipo de metodología que utilizan. Dentro de estos modelos hay algunos que a nuestro parecer requieren de un análisis más profundo debido a sus resultados finales, a continuación los describimos.

4.2.1. Burbujas y Crisis por Dilip Abreu y Markus K. Brunnermeier

Ya hemos mencionado que dentro de la hipótesis de los mercados financieros no existe la posibilidad de la existencia de burbujas. Algunos defensores de esta hipóte-

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

sis, como Eugene Fama, son renuentes en admitir la presencia de agentes con racionalidad acotada en los mercados financieros. Ellos defienden la idea de que la existencia de suficientes agentes bien informados garantiza que cualquier desviación en el precio de un activo provocada por agentes irracionales será corregida.

En el artículo de Dilip Abreu y Markus K. Brunnermeier [1] desafían esta idea proponiendo un modelo en el que una burbuja puede sobrevivir a pesar de la presencia de agentes racionales. Esto bajo el supuesto de la presencia de algunos agentes irracionales que siguen un comportamiento de rebaño, modas o toman decisiones con exceso de confianza.

También suponen que el arbitraje racional entiende que el mercado eventualmente caerá en una crisis pero mientras tanto ellos deciden continuar dentro de la burbuja mientras esta crece para obtener mayores ganancias. Lo ideal sería salir de la burbuja antes de su explosión, sin embargo, saber cuando es el momento indicado no es una tarea fácil. Esta dispersión de estrategias y la falta de sincronización es lo que permite que la burbuja continúe creciendo, a pesar del hecho de que la burbuja explotará en cuanto un número suficientemente grande de inversionistas decida vender.

Ellos suponen que al tiempo t_0 el precio de un activo supera su valor fundamental. Acto seguido el arbitraje racional se percata de esta diferencia de precios pero no saben si otros agentes racionales también tienen conocimiento de esta situación. En este modelo existen dos elementos importantes cooperación y competitividad. Por una lado una fracción k de arbitraje racional necesita vender para que la burbuja explote, el cual es el elemento de coordinación. Pero por otro lado el arbitraje racional es competitivo ya que la mayoría puede dejar el mercado antes de la crisis.

En el equilibrio de este modelo el arbitraje racional no dejará el mercado hasta que la probabilidad de que la burbuja explote en el siguiente ronda de ventas sea suficientemente alta. El modelo puede describirse de la siguiente manera:

Antes del tiempo $t = 0$ el índice de precio de las acciones coincide con su valor fundamental, el cual crece a una tasa libre de riesgo r . Sin pérdida de generalidad normalizamos el punto de inicio a $t = 0$ y el valor de mercado del activo a $p_0 = 1$. De $t = 0$ en adelante, el precio de la acción p_t crece a una tasa $g > r$, esto es $p_t = e^{gt}$. Esta tasa de crecimiento más grande puede verse como consecuencia de una serie de precios positivos del activo que gradualmente hace a los inversionistas más optimistas acerca del futuro.

Hasta que en un momento al azar denotado por t_0 , un incremento en el precio es justificado por buenas noticias acerca del activo. Suponemos que t_0 se distribuye exponencialmente en $[0, \infty]$ con una distribución acumulativa $\Phi(t_0) = 1 - e^{-\lambda t_0}$. Sin embargo el precio continua creciendo a la tasa más rápida g incluso después de t_0 . Entonces de t_0 en adelante solo una fracción $(1 - \beta(\cdot))$ del precio esta justificado por el valor fundamental del activo, mientras que la fracción $\beta(\cdot)$ refleja el componente de burbuja. En el caso especial en el que el valor fundamental $e^{gt_0+r(t-t_0)}$ coincide con la trayectoria del precio en t_0 y siempre crece a una tasa r entonces $\beta(t - t_0) = 1 - e^{-(g-r)(t-t_0)}$.

El precio $p_t = e^{gt}$ se mantiene por encima de su valor fundamental por el optimismo de los agentes irracionales que creen que el precio seguirá creciendo a una tasa g . En cuanto a la presión de venta acumulada por el arbitraje racional exceda k , la capacidad de absorción de los agentes irracionales, el precio del activo caerá y causará la explosión de la burbuja, y en adelante el precio del activo crecerá conforme a la tasa libre de riesgo r . Incluso si la presión por vender nunca excede k la burbuja explotará por razones exógenas al alcanzar su máximo tamaño $\bar{\beta}$. Dado que estamos suponiendo que $\beta(\cdot)$ es estrictamente creciente esto nos lleva a que el momento en que la burbuja explote sera el final de nuestro análisis , el cual denotaremos por $t_0 + \bar{\tau}$.

Otro elemento importante del análisis de este modelo es que el arbitraje racional se va percatando de que el valor fundamental no se ha mantenido con el crecimiento del indice del precio. De manera más especifica un nuevo sector de arbitraje racional de tamaño $\frac{1}{n}$ se percata de esta diferencia de precios en cada instante t de t_0 y hasta $t_0 + n$.

Esto significa que $[t_0, t_0 + n]$ es una ventana de tiempo en la que el arbitraje racional se percata de la diferencia de precios. Un agente que se percata de la presencia de una burbuja al tiempo t_i tiene una distribución posterior para t_0 con soporte $[t_i - n, t_i]$. Desde la perspectiva de este agente t_i la distribución condicional de t_0 es:

$$\Phi(t_0|t_i) = \frac{e^{\lambda n - e^{\lambda(t_i - t_0)}}}{e^{\lambda n} - 1} \quad (4.1)$$

Se puede observar que esta parte del modelo captura la falta de coordinación que se da por diferencias entre opiniones e información entre los agentes. Este modelo también supone que:

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

$$\frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda nk}} < \frac{g - r}{\beta(nk)} \quad (4.2)$$

La desigualdad [4.2] garantiza que el arbitraje racional no desea vender antes de que se den cuenta de la diferencia entre el precio de mercado y el valor fundamental del activo. Cuando λ es muy grande o $g - r$ muy pequeño el modelo no sugiere que se deban de vender unidades del activo inmediatamente.

El precio $p_t = e^{gt}$ excede su valor fundamental de t_0 en adelante. Sin embargo, solo algunos agentes de arbitraje se percatan de esta diferencia de precios a este punto. De $t_0 + nk$ en adelante la diferencia de precios se conoce por una gran cantidad de agentes de arbitraje que tienen la posibilidad de corregir este precio erróneo. Entonces a cualquier diferencia entre el valor fundamental y el precio de mercado más allá de $t_0 + nk$ se le considera una burbuja.

De esta manera este artículo permite la persistencia de burbujas aún cuando todos los agentes sean racionales y sean conscientes de un error en el precio de un activo y que de manera coordinada entre sus ventas, ventas en corto o reteniendo las unidades del activo en cuestión tengan la habilidad de corregir este error.

Un supuesto central de este modelo es que existe dispersión en las opiniones de los agentes respecto a la evolución de la burbuja. Esta hipótesis permite las diferencias de opiniones, información y creencias entre los agentes y como una hipótesis central dentro de este modelo que representa la heterogeneidad entre los agentes.

Observe que este modelo relaja el supuesto de conocimiento perfecto.

4.2.2. Comportamiento en manada, burbujas y estallido por Thomas Lux

Por un largo tiempo se pensó que los mercados financieros se comportaban bajo la hipótesis de los mercados eficientes, sin embargo, esta hipótesis no toma en cuenta un importante fenómeno que se da en los mercados como lo son las burbujas financieras.

Ya hemos mencionado como factores psicológicos que determinan el comportamiento de los agentes que participan en los mercados financieros influyen en su funcionamiento. Los modelos que tratan de explicar dicho funcionamiento son los denominados “modelos de comportamiento de los mercados financieros”.

CAPÍTULO 4. MODELOS MATEMÁTICOS DE BURBUJAS FINANCIERAS

Algunos de los principales autores que trabajan en este tipo de modelos, y cuyas principales ideas mencionamos en la sección anterior son Robert Shiller [33] y Charles.P. Kindleberger [13]. Siguiendo a estos autores uno de los principales objetivos del artículo publicado por Thomas Lux [19] es construir un modelo sencillo que replique la dinámica del mercado de valores que incluya el contagio de opinión y de comportamiento de un agente a otro.

Este artículo comienza por introducir agentes que de alguna manera se desvían del esquema del comportamiento perfectamente racional. Estos agentes aparecen con el nombre de agentes ingenuos, agentes de ruido o chartistas. Algunos autores suponen que los agentes de ruido no perciben adecuadamente los rendimientos esperados, otros describen su comportamiento como el seguimiento de un ciclo de retroalimentación.

La manera en la que este artículo define el comportamiento de aquellos agentes que no tienen acceso a información acerca de los valores fundamentales de un activo es la siguiente: En ausencia de esta información ellos toman sus decisiones en base a lo que pueden observar en el mercado.

Una primera conclusión de esta hipótesis es que un especulador estará más dispuesto a comprar si ve que la mayoría de los agentes están comprando. La razón es que la decisión de estos agentes puede estar influenciada por buenas noticias acerca de futuros desarrollos en el mercado.

El modelo es el siguiente: Supongamos que tenemos un número fijo de agentes especuladores $2N$. Estos pueden ser optimistas o pesimistas acerca del futuro desarrollo del mercado. Denotaremos el número de inversionistas optimistas o pesimistas, es decir, compradores y vendedores por n_+ y n_- respectivamente. Claramente $n_+ + n_- = 2N$.

Se define $n = \frac{n_+ - n_-}{2}$ y un índice $x = \frac{n}{N}$ que describe la opinión promedio de los agentes especuladores, $x \in [-1, 1]$. Se sigue que $x = 0$ significa que la situación está equilibrada, es decir, existe el mismo número de agentes pesimistas que de optimistas. En el caso extremo en el que $x = -1$ ó $x = 1$ todos los agentes tienen la misma opinión y por ende todos seguirán la misma estrategia, lo cual quiere decir que todos los agentes intentarán comprar o vender.

Para describir la manera en la que los agentes cambian de opinión y pasan de ser pesimistas a optimistas y viceversa Lux define las siguientes probabilidades: p_{+-} es la probabilidad de ser pesimista y pasar a ser optimista y viceversa p_{-+} . Tomando

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

en cuenta el contagio de opiniones ambas probabilidades deben depender de la distribución actual de las opiniones capturadas por x o n :

$$P_{-+} = P_{-+}(x) = P_{-+}(n/N), \quad P_{+-} = P_{+-}(x) = P_{+-}(n/N). \quad (4.3)$$

Suponiendo además que las probabilidades de transición son las mismas para todos los agentes y considerando una gran población de especuladores, el número existente de transiciones de un subgrupo a otro, es decir entre n_+ y n_- , puede aproximarse mediante el producto entre los miembros de cada subgrupo por la probabilidad de cambiarse al otro subgrupo.

Entonces el cambio en la composición de una población esta determinado de la siguiente manera: aquellos que tienen una actitud pesimista y pasan a ser optimistas con probabilidad P_{+-} cambian de n_- a n_+ están dados por n_-P_{+-} . En caso contrario con probabilidad P_{-+} un especulador optimista es infectado con una actitud negativa y una fracción n_+P_{-+} de esta población cambiará su estrategia de compraventa.

De lo anterior se sigue que el cambio en el número de agentes optimistas a pesimistas en el tiempo esta dado por: $dn_+/dt = n_-P_{+-} - n_+P_{-+}$ y $dn_-/dt = n_+P_{-+} - n_-P_{+-}$. De la definición de n y x se obtiene:

$$\begin{aligned} dx/dt &= [(N - n)P_{+-}(x) - (N + n)P_{-+}(x)]/N \\ &= (1 - x)P_{+-}(x) - (1 + x)P_{-+}(x). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Observemos que los primeros requerimientos que tienen que cumplir P_{+-} y P_{-+} es ser positivos, luego para captar la idea de contagio la probabilidad de transición de pesimista a optimista es mayor que en sentido contrario si la mayoría de los agentes son optimistas y viceversa. Es más, parece razonable suponer que $dP_{+-}/P_{+-} = adx$, es decir, que el cambio relativo en la probabilidad de cambiar de pesimista a optimista crece linealmente con respecto a cambios en el promedio de opinión x . En este mismo caso en el que tenemos una mayoría de agentes optimistas el cambio relativo en la probabilidad de cambiar de optimista a pesimista es $dP_{-+}/P_{-+} = -adx$. Resolviendo estas dos ecuaciones por el método del factor integrante, tenemos que:

$$P_{+-}(x) = ve^{ax}, \quad P_{-+}(x) = ve^{-ax}. \quad (4.5)$$

Donde a proporciona una medida de la fuerza de la infección o el comportamiento en manada, v es una variable que mide la velocidad del cambio de un subgrupo al

otro. Una observación importante es que la formulación anterior permite cambios incluso cuando tenemos una situación de balance, esto es, cuando $x = 0$ se tiene que $P_{+-} = P_{-+} = v > 0$. Esto significa que cambios de actitudes en los agentes ocurren debido a circunstancias personales que el modelo no toma en cuenta, lo cual provoca leves cambios en la composición de cada subgrupo de pesimistas y optimistas incluso en etapas estacionarias.

Sustituyendo $P_{+-}(x)$ y $P_{-+}(x)$ en [4.4] y utilizando las funciones trigonométricas hiperbólicas $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ y $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, tenemos:

$$\begin{aligned} dx/dt &= (1-x)v e^{ax} - (1+x) = 2v [\sinh(ax) - x \cosh(ax)] \\ &= 2v [\tanh(ax) - x] \cosh(ax) \end{aligned} \quad (4.6)$$

La ecuación anterior describe la dinámica de contagio entre los agentes y de ella se puede deducir la siguiente proposición.

Proposición 1 *i) Para $a \leq 1$, [4.6] tiene un único punto de equilibrio estable en $x = 0$. ii) Para $a > 1$, el punto de equilibrio $x = 0$ es inestable y existen dos puntos más de equilibrio $x_+ > 0$ y $x_- < 0$ tales que $x_+ = -x_-$.*

El resultado anterior puede comprobarse fácilmente igualando la ecuación [4.6] a 0 de donde solo basta con analizar la condición $\tanh(ax) = x$, ya que $2v > 0$ y $\cosh(ax) \geq 0$.

De $\tanh(ax) = x$ uno de los puntos de equilibrio triviales es $x = 0$. Luego derivamos la expresión $\tanh(ax) = x$ para analizar la estabilidad o no estabilidad de $x = 0$ con ayuda del Teorema de Lyapunov.

Existen otros dos puntos de equilibrio que satisfacen $\tanh(ax) = x$, estos se obtienen observando que:

$$\tanh(ax) = \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{e^{ax} + e^{-ax}} = x$$

En el caso en que $x = 1$ se tiene que:

$$\frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}} = 1$$

Esta condición casi se alcanza cuando $a > 1$ dado que

$$\frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}} \approx \frac{e^a}{e^a} = 1$$

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

En el caso en el que $x = -1$ se tiene

$$\frac{e^{-a} - e^a}{e^{-a} + e^a} = -1$$

Nuevamente esta condición puede aproximarse únicamente cuando $a > 1$, ya que

$$\frac{e^{-a} - e^a}{e^{-a} + e^a} \approx \frac{-e^a}{e^a} = -1$$

Cabe aclarar que aún no hemos encontrado los valores de los dos puntos de equilibrio, aparte de $x = 0$, que existen cuando $a > 1$, solo sabemos que existen, que uno es el inverso del otro y que a lo más estos pueden tomar los valores de -1 y 1 . La estabilidad de estos puntos se obtiene de aplicar nuevamente el Teorema de Lyapunov a la derivada de $Tanh(ax) - x$

$$[Tanh(ax) - x]' = aSech^2(ax) - 1 > 0$$

Esta condición se tiene dado que $a > 1$ y $Sech^2(ax) > 0$.

La proposición 1 nos dice que si el comportamiento en manada es relativamente débil, entonces todas las desviaciones en una dirección desaparecerán en el curso de los eventos y el sistema regresará a un estado de equilibrio después de un cierto disturbio. Veamos en la figura [4.2] el caso de $a = .8$ (línea naranja).

Por otro lado para $a > 1$, pequeñas desviaciones del estado de equilibrio son suficientes para hacer que la mayoría de los agentes pertenezcan a un grupo ya sea el de optimistas o pesimistas. Entonces el equilibrio $x = 0$ se convierte en inestable. Esta dinámica produce dos nuevos estados estacionarios x_- o x_+ donde la mayoría comparte la misma opinión.

Lux continúa con su análisis dado que el mecanismo de contagio no es suficiente para explicar la dinámica del mercado de valores. Lo primero que él considera es la oferta y demanda que resultan del comportamiento de los agentes especuladores. Parece natural suponer que los agentes optimistas comprarán unidades adicionales del activo en cuestión por que esperan un incremento en el precio del activo. Por otro lado, los pesimistas que temen una caída en el precio reducirán la cantidad de unidades del activo en su portafolio y como consecuencia vuelven a entrar al mercado.

Para poder describir el comportamiento anterior Lux supone que en cualquier instante cada agente especulador puede vender o comprar una cantidad fija t_N del activo. Esta hipótesis permite expresar el exceso de demanda de los especuladores, D_N , como:

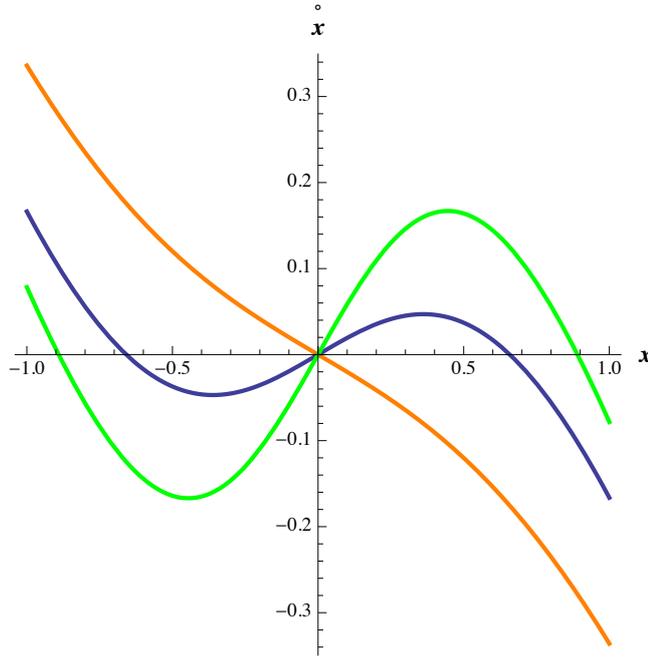


Figura 4.2: Dinámica del contagio

$$D_N = n_+t_N - n_-t_N = 2nt_N \quad (4.7)$$

De la definición de x se sigue que $n = Nx$ y la ecuación anterior se reduce a:

$$D_N = 2Nxt_N = xT_N, \quad T_N = 2Nt_N \quad (4.8)$$

Donde T_N se define como el volumen de compra venta que manejan los agentes especuladores. Solo en el caso en el que $x = 0$ todas las operaciones de los especuladores se realizan dentro de este grupo. En cualquier otro caso necesitamos otro grupo de agentes que este dispuesto a comprar o vender a los especuladores, es por eso que se introduce un segundo grupo denotado como los fundamentalistas.

El exceso de demanda de este segundo grupo depende de la diferencia entre el valor fundamental p_t y el precio actual p .

$$D_F = T_F(p_f - p), \quad T_F > 0 \quad (4.9)$$

T_F es una medida para el volumen de compra venta del grupo de los fundamentalistas. En relación con la dinámica de los precios se puede suponer que los precios se ajustan en un tiempo finito en presencia de un exceso de demanda o de oferta. En este caso un marcador de mercado puede ser de ayuda para empatar la oferta

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

y la demanda en cualquier instante y corregir los precios en la dirección correcta. Esto es:

$$dp/dt = \beta(D_N + D_F) = \beta(xT_N + T_F(p_f - p)) \quad (4.10)$$

En esta ecuación β se interpreta como el coeficiente de rapidez de ajuste. El equilibrio del mercado llevará al precio de equilibrio $p^* = (T_N/T_F)x + p_f$ dependiendo de la opinión promedio de los especuladores. Una definición más formal de las probabilidades de transición es la siguiente

$$P_{+-} = v \exp(a_1\dot{p}/v + a_2x) \quad P_{-+} = v \exp(-a_1\dot{p}/v - a_2x) \quad (4.11)$$

El parámetro a se ha dividido en dos partes: a_1 es el factor que describe cuanta información tratan los inversionistas de obtener de los precios y a_2 representa la información que tratan de obtener del comportamiento de otros inversionistas. Es necesario dividir entre v la expresión que representa el cambio en los precios dado que la dinámica de contagio de opinión y la dinámica en los precios tienen diferentes unidades de tiempo, $1/v$ y $1/\beta$ respectivamente.

La dinámica completa entre contagio de opinión y cambio en los precios es la siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2v[\text{Tanh}(a_1\dot{p}/v + a_2x) - x]\text{Cosh}(a_1\dot{p}/v + a_2x) \\ \dot{p} &= \beta[xT_N + TF(p_f - p)]. \end{aligned} \quad (4.12)$$

El sistema anterior posee una gran variedad de propiedades las cuales se enuncian en la siguiente proposición.

Proposición 2 ***i)** Para $a_2 \leq 1$ existe un único punto de equilibrio $E_0 = (0, p_f)$. Para $a_2 > 1$ existen dos puntos adicionales de equilibrio, $E_+ = (x_+, p_+)$ y $E_- = (x_-, p_-)$, nuevamente $x_- = -x_+$ y además $p_f - p_- = p_+ - p_f$. **ii)** Si E_{\pm} existe, E_0 siempre es inestable. **iii)** Si E_0 es el único punto de equilibrio, es decir $a_2 < 1$, este puede ser estable o inestable. La condición de estabilidad se tiene cuando $2[a_1\beta T_N + v(a_2 - 1)] - \beta T_F < 0$. **iv)** Si E_0 es único e inestable, existe por lo menos un ciclo límite estable y todas las trayectorias del sistema convergen a una órbita periódica.*

Lo primero que podemos notar de la proposición anterior es que según el punto **iii)** grandes valores de T_N , v y a_1 y pequeños valores de T_F favorecen la inestabilidad de E_0 . En estados estacionarios el precio de mercado se encuentra por encima o por debajo del valor fundamental, esto implica que las transacciones se realizan entre

CAPÍTULO 4. MODELOS MATEMÁTICOS DE BURBUJAS FINANCIERAS

especuladores y fundamentalistas. Ya sea que $x_+ > 0$ en donde los especuladores compran unidades adicionales del activo a los fundamentalistas o que $x_- < 0$ en este caso los especuladores temen una caída en el mercado y venden a los fundamentalistas a un precio por debajo del valor fundamental.

De acuerdo al punto **iv)** un movimiento cíclico ocurre cuando no se da la estabilidad del punto de equilibrio E_0 y a_2 no es lo suficientemente grande. Aunque la reacción que tienen los agentes debido al comportamiento de los demás no es suficientemente grande para tener una mayoría estacionaria de optimistas o pesimistas, la reacción debida al comportamiento del precio.

Durante el movimiento hacia arriba del ciclo, los agentes reaccionan a cambios positivos de x y al incremento de precios que lo acompaña, sin embargo, después de un tiempo el proceso de infección alcanza su momento cúspide y disminuirá a partir de entonces. Esto por otro lado ocasiona una baja en el exceso de demanda por parte de los agentes especuladores generando un cambio en sentido contrario.

En la parte baja del ciclo se da un contagio de miedo provocado por tendencias negativas en el precio, nuevamente este hecho es demasiado fuerte para permitir la convergencia al único punto de equilibrio fundamental.

De acuerdo con (*Kindleberger, 1989*) un periodo de angustia precede el estallido de una burbuja. En este periodo ocurre un cambio en las expectativas de un estado de confianza a uno de falta de confianza en el futuro. Lux intenta modelar este cambio en las expectativas que da lugar a un periodo de angustia que eventualmente termina con una caída en el mercado de valores.

Anteriormente se ha explicado que el contagio de opinión puede llevar a mayorías optimistas o pesimistas entre el grupo de agentes especuladores generando épocas en las cuales el precio de un activo esta por arriba o por debajo de su valor fundamental. Aunque también existen periodos prolongados en los cuales los expertos han juzgado que los precios de las acciones están sobrevaluados o demasiado bajos, tales periodos terminan en un estallido.

Para capturar este cambio de opinión en los agentes Lux propone una nueva variable. Si la variable es positiva se puede hacer cumplir el mecanismo de contagio con una probabilidad más alta, si la variable es negativa los agentes están menos dispuestos a aceptar el optimismo de otros si tienen razones para creer en acontecimientos adversos.

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

Lux denota a esta variable como a_0 y la introduce en la determinación de las probabilidades de transición:

$$\begin{aligned} P_{+-} &= \nu e^{(a_0 + a_1 \dot{p}/\nu + a_2 x)}, \\ P_{-+} &= \nu e^{(-a_0 - a_1 \dot{p}/\nu - a_2 x)} \end{aligned} \tag{4.13}$$

Dejando de lado la componente del precio de [4.12] y recordando la figura [4.2] para tener una idea de como esta variable adicional cambia los resultados del proceso de contagio. Valores positivos (negativos) de a_0 cambian todas las curvas hacia arriba (hacia abajo). Como consecuencia inmediata, incluso con una tasa moderada de contagio a_2 , existirá un único equilibrio con una población mayor de compradores (vendedores) y un precio de equilibrio por encima (o por debajo) del valor fundamental.

En resumen el hecho de que disposiciones básicas fomentan reacciones alcistas y debilitan el contagio del miedo se refleja en mayorías optimistas y minorías pesimistas, mientras que sentimientos negativos tienen el efecto contrario.

Para poder determinar el valor de a_0 supondremos que esta relacionada con una variable económica, llamada los rendimientos reales, que incluye ganancias sobre el capital, en comparación con los rendimientos esperados promedio. Los rendimientos reales están dados por: $r + \dot{p}/p$, donde r es el pago de un dividendo nominal constante. Denotamos la tasa de rendimiento esperada (verdadera) como R . Entonces a_0 puede crecer (o decrecer) si $r + \dot{p}/p$ esta por encima (o por debajo) de R .

De esta manera uno puede deducir que observando el comportamiento de los rendimientos, los agentes tratan de obtener información del mercado y entonces podemos formular la siguiente ecuación:

$$da_0/dt = \tau[(r + \tau^{-1}\dot{p})/p - R] \tag{4.14}$$

Nuevamente τ es un coeficiente de ajuste. Para poder manejar el modelo en dos dimensiones suponemos que $p = p_f + (T_N/T_F)x$ y $\dot{p} = (T_N/T_F)\dot{x}$ dejando así la dinámica de los precios dentro de las probabilidades de transición por simplicidad, la dinámica conjunta de x y a_0 se interpreta como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2v[\text{Tanh}(a_0 + a_2x) - x]\text{Cosh}(a_0 + a_2x) \\ \dot{a}_0 &= \tau[r + \tau^{-1}(T_N/T_F)\dot{x}]/[p_f + (T_N/T_F)x] - R \end{aligned} \quad (4.15)$$

La siguiente proposición enuncia los principales resultados del modelo anterior.

Proposición 3 *i)* La ecuación [4.15] siempre tiene como único punto de equilibrio $E = (0,0)$. *ii)* El equilibrio es estable (inestable), si $a_2 - 1 + (T_N/T_F)/p_f < (>)0$. *iii)* Si el equilibrio es inestable, por lo menos existe un ciclo limite estable y todas las trayectorias del sistema convergen a una órbita periódica.

Nuevamente el único punto de equilibrio corresponde a la situación donde el precio es igual a su valor fundamental (de $x = 0$ se sigue que $p = p_f$ y se tiene una atmósfera de equilibrio en el mercado $a_0 = 0$).

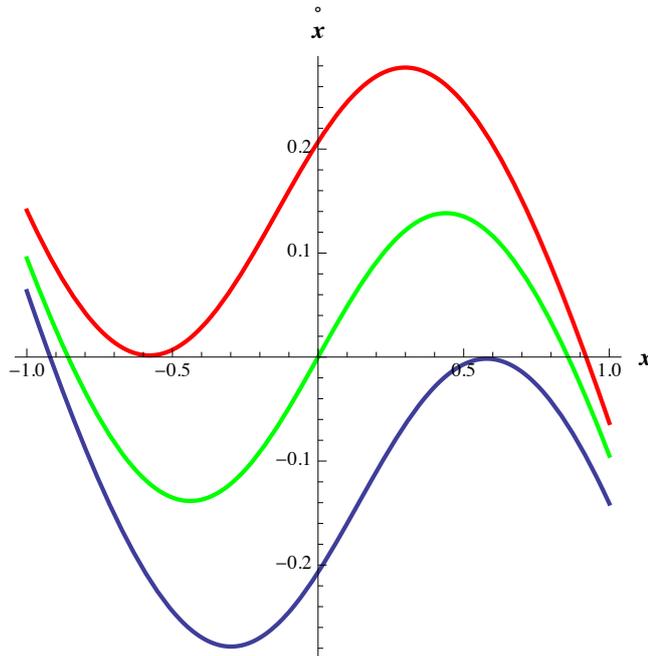


Figura 4.3: Dinámica del contagio con sesgo positivo y negativo

En la figura [4.3] se puede apreciar como sin ningún sesgo en la actitud de los agentes por parte de la economía en general, $a_0 = 0$, ocurre una burbuja positiva y el mercado es explicado por la intersección del lado derecho con la abscisa. Con

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

el resultante incremento en los precios las tasas reales de rendimiento son menores que las tasas de rendimiento esperadas. La consiguiente disminución en el optimismo de los agentes lleva a un cambio hacia abajo de la curva y una parte de los agentes optimistas se va reduciendo.

Cualquier reducción adicional de a_0 nos lleva a un cambio en el único equilibrio de la izquierda. Literalmente el cambio causado por la insuficiencia de rendimientos alcanza una extensión donde las advertencias y las actitudes pesimistas de los agentes se vuelven tan ruidosas que infectan a los inversionistas poco experimentados. Esto lleva a una crisis que termina en una burbuja negativa en la cual los activos están valuados por debajo de su valor fundamental.

La historia completa se repite al revés cuando los agentes reconocen que pueden ganar rendimientos inesperadamente altos y comienza una recuperación gradual, y después de algún punto establece una burbuja positiva.

Conclusión

Tomas Lux propone un modelo que presume ser relativamente simple para explicar el contagio de comportamiento y opiniones entre agentes participantes en el mercado de valores. Básicamente Lux propone un mecanismo cíclico alrededor de los valores fundamentales de un activo.

Con el fin de tener en cuenta la heterogeneidad observada de los agentes y la compleja micro estructura de los mercados especulativos Lux introduce un modelo de mercado basado en agentes. Los principales elementos de este modelo son la dinámica entre los agentes y la dinámica de los precios de las acciones.

Dentro de la literatura que se analizó para la realización de esta tesis, el modelo de Lux cuenta con varias ventajas al tomar en cuenta aspectos del comportamiento humano, que en nuestra opinión influyen mucho en la formación de una burbuja como lo son: el comportamiento de rebaño.

Basados en el análisis anterior, el modelo revela algunas de las propiedades estadísticas del mercado financiero.

Sin embargo, encontramos dentro de este modelo algunas posibles desventajas como lo son: el planteamiento en primer plano de un modelo discreto con un número de inversionistas optimistas n_+ y pesimistas n_- que termina suponiendo el tamaño de la población de agentes lo suficientemente grande para permitir suponer un con-

tinuo de agentes.

Encontramos también que las probabilidades de transición $P_{-+} = ve^{-ax}$ Y $P_{+-} = ve^{ax}$ que describen el cambio de opinión de los agentes de una población de pesimistas a optimistas y viceversa son simétricas, lo cual en la realidad no tiene por que suceder. La probabilidad de pasar de una población a otra depende de muchos otros factores que ya hemos mencionado en capítulos anteriores.

Otra crítica importante hacia este modelo es la manera en la que define una burbuja, la cual se da por una diferencia en el promedio de opiniones por parte de los agentes $x \neq 0$, esta diferencia de opiniones puede explicar una diferencia positiva o negativa en el precio de un activo respecto a su valor fundamental la cual no necesariamente tiene que ser una burbuja. Otro aspecto importante es que con esta definición no podemos observar ninguna de las etapas que en nuestra opinión definen una burbuja.

En la última sección del modelo, cuando Lux intenta explicar el periodo de una burbuja conocido por George Soros como el periodo de ocaso, cuando la gente sigue invirtiendo a pesar de que ya se percataron de la existencia de una burbuja, esta diferencia entre opinión de la población de agentes especuladores x y precio de los activos tampoco se ve reflejada de manera explícita en los gráficos del artículo.

Finalmente, una de las críticas más importantes que se tienen respecto a la hipótesis de los mercados eficientes es que no toman en cuenta el comportamiento humano que determina la oferta y la demanda de un activo que termina por definir el precio de mercado de un activo, Lux es uno de los pioneros en abordar este tema con su modelo de mercado basado en agentes, tal vez una estructura más compleja del modelo pueda ayudar a explicar otros comportamientos del mercado.

4.2.3. Una teoría matemática de las burbujas financieras por Philip Protter

Debido al reciente interés de investigar las causas y consecuencias de una crisis financiera se han venido desarrollando nuevas teorías que permitan la presencia de una burbuja financiera en el precio de un activo. Tal es el caso de Philip Protter [28], quien utilizando teoría de martingalas en ausencia de arbitraje se opone a la teoría convencional del equilibrio.

Este modelo toma en cuenta un solo activo en lugar de un sector completo, como el tecnológico o el petróleo por ejemplo, o todo el sistema económico. Si existe una

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

burbuja en el precio de dicho activo entonces el precio es muy alto con respecto a lo que uno debería pagar por el.

Pero ¿cuál es el precio correcto que un inversionista debe pagar por un activo? El modelo de Protter supone que tal activo se vende y compra en un mercado financiero establecido y la teoría de mercados eficientes nos dice que el precio de un activo refleja exactamente lo que vale dicho activo, dado que si estuviera sobrevalorado se vendería y si estuviera infravalorado la gente lo compraría. Tal teoría elimina la posibilidad de burbujas y si creemos en burbujas nos vemos forzados a rechazar esta teoría y encontrar el valor justo del activo.

Cuando consideramos mercados incompletos el primer problema importante que aparece es: como escogemos una medida neutral al riesgo bajo la cual podemos definir el valor fundamental de un activo con riesgo. El segundo teorema fundamental de las finanzas establece que un mercado es incompleto si y solo si existen un numero infinito de medidas equivalentes neutrales al riesgo.

Sabemos que este es un enfoque diferente al paradigma usual de escoger una medida martingala equivalente inicial y mantenerla fija para todos los tiempos. De hecho el cambio de medidas martingalas equivalentes corresponde a los cambios de régimen en la economía subyacente (las creencias, la aversión al riesgo, las estructuras institucionales o tecnológicas).

Para comenzar necesitamos definir el proceso de estos cambios de régimen. Sea $(\sigma_i)_{i \geq 0}$ una sucesión creciente de tiempos aleatorios con $\sigma_0 = 0$. La sucesión $(\sigma_i)_{i \geq 0}$ representan los tiempos de los cambios de régimen en la economía. Es importante que estos tiempos sean totalmente tiempos de paro inaccesibles. De no ser así algunos traders podrían ver llegar un cambio de régimen y desarrollar una estrategia de arbitraje alrededor de este cambio.

Sea $(Y^i)_{i \geq 0}$ una sucesión de variables aleatorias que representan el estado de la economía correspondiente al tiempo $(\sigma_i)_{i \geq 0}$. Estas dos sucesiones son totalmente independientes entre ellas. Es más suponemos que ambas $(Y^i)_{i \geq 0}$ y $(\sigma_i)_{i \geq 0}$ son independientes de la filtración subyacente \mathbb{F} a la cual el proceso de precios S es adaptado.

Definimos dos procesos estocásticos $(N_t)_{t \geq 0}$ y $(Y_t)_{t \geq 0}$ como:

$$N_t = \sum_{i \geq 0} \mathbf{1}_{\{t \geq \sigma_i\}} \quad y \quad Y_t = \sum_{i \geq 0} Y^i \mathbf{1}_{\{\sigma_i \leq t < \sigma_{i+1}\}} \quad (4.16)$$

N_t cuenta el número de cambios de régimen hasta e incluyendo el tiempo t , mientras que Y_t identifica las características del régimen al tiempo t . Sea \mathbb{H} la filtración natural generada por N y Y y definimos la filtración extendida $\mathbb{G} = \mathbb{F} \vee \mathbb{H}$. Con esta definición de \mathbb{G} , $(\sigma_i)_{i \geq 0}$ es una sucesión creciente de \mathbb{G} tiempos de paro.

Ahora estamos listos para discutir el precio fundamental de un activo con riesgo en un mercado incompleto. Para hacer esto necesitamos escoger una medida neutral al riesgo de una infinidad de posibilidades. Dado que la selección de esta medida afecta el valor fundamental, y esto puede generar variabilidad en el cambio de régimen, podemos estar generando el nacimiento de una burbuja. De manera más formal, permitimos que la medida martingala local dependa del estado de la economía al tiempo t , representado por la filtración original $(F_t)_{T \geq 0}$, las variables de estado Y_t y el número de cambios de régimen N_t que han ocurrido. Supongamos que $N_t = i$. Denotaremos por Q_i la medida martingala equivalente seleccionada por el mercado al tiempo t dado Y^i .

Primero se tiene que suponer que los precios de un activo X siguen el siguiente modelo:

$$X_t = X_0 + \int_0^t a_s ds + \sum_{i \in I} \int_0^t \sigma_s^i dW_s^i \quad (4.17)$$

para este modelo [4.17] se está utilizando la notación usual de integrales estocásticas con respecto al movimiento browniano W^i con deriva a_s y volatilidad σ_s^i .

Luego el precio fundamental de un activo con riesgo S_t^* está dado por:

$$S_t^* = \sum_{i=0}^{\infty} E_{Q_i} \left[\int_t^T dD_u + X_\tau \mathbf{1}_{\{\tau < \infty\}} \mid F_t \right] \mathbf{1}_{\{t < \tau\} \cap \{t \in [\sigma_i, \sigma_{i+1})\}} \quad (4.18)$$

Para entender esta definición recordemos que τ es el tiempo de vida del activo con riesgo. A cualquier tiempo $t < \tau$, dado que estamos en el i -ésimo régimen $\sigma_i \leq t < \sigma_{i+1}$, la ecuación anterior se reduce a:

$$S_t^* = \sum_{i=0}^{\infty} E_{Q_i} \left[\int_t^T dD_u + X_\tau \mathbf{1}_{\{\tau < \infty\}} \mid F_t \right]. \quad (4.19)$$

Dada la elección del mercado de la medida martingala equivalente Q_i al tiempo t podemos observar que el precio fundamental es igual a su rendimiento futuro

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

esperado. También observamos que el payoff del activo en el infinito $X_\tau \mathbf{1}_{\{\tau=\infty\}}$ no contribuye en nada al precio fundamental. Sin embargo, note que al tiempo τ , el precio fundamental $S_\tau^* = 0$. Enfatizamos el hecho de que el precio fundamental no es necesariamente el mismo que el precio de mercado S_t .

Dado que los mercados incompletos poseen una infinidad de medidas neutrales al riesgo (esto por es segundo teorema fundamental de finanzas) y dado que el precio fundamental de un activo se expresa como la esperanza condicional tomada bajo una única medida neutral al riesgo dentro de la definición de los mercados financieros esto nos pone en una situación difícil.

Es por eso que se permite que el mercado cambie de medida neutral al riesgo de manera aleatoria en cualquier instante de tiempo. Esto básicamente significa que el mercado es flexible. Una explicación más detallada sobre el proceso de cambio de medida neutral al riesgo se puede ver en [28].

Es estándar y deseable tener un mercado que excluya oportunidades de arbitraje. Existen diferentes formulaciones en matemáticas acerca de lo que significa una oportunidad de arbitraje, pero para hacerlo de manera correcta se tiene que recurrir al primer teorema fundamental de finanzas, el cual dice que la ausencia de arbitraje es matemáticamente equivalente a la existencia de otra medida de probabilidad Q que convierta el proceso de precios en una martingala, o de manera más general en una martingala local. Para mayores referencias ver Delbaen & Schachermayer 1994 y 1998 [3] y [4].

No es necesario que se aplique el primer teorema fundamental directamente al proceso de precios X si no que puede aplicarse a cualquier activo con riesgo. En este caso se asume la hipótesis de no arbitraje para el proceso de riqueza que se define de la siguiente manera:

$$W_t = S_t^* + \int_0^{\tau \wedge t} dD_u + X_\tau \mathbf{1}_{\tau \leq t}. \quad (4.20)$$

Donde $D = (D_t)_{0 \leq t < \tau}$ es el proceso de dividendos y X_t es el proceso de precios del activo con riesgo que se definió anteriormente en [4.17].

Recordando conceptos anteriores, una de las ideas más importantes del artículo de Philip Protter es definir el precio fundamental de un activo dentro de un mercado que no satisface la hipótesis de los mercados eficientes para lograr esto se permite un “régimen de cambio” en el cual no existe una única medida neutral al riesgo que genere valores fundamentales a lo largo del tiempo. Es decir se permite que

la medida martingala local neutral al riesgo cambie dependiendo el estado de la economía a cada paso de tiempo t .

De esta manera el valor fundamental de un activo Protter lo define como el valor de la esperanza condicional tomada bajo alguna de las medidas martingalas locales neutras al riesgo del proceso de riqueza de un activo con riesgo [4.19] y la burbuja en el precio de un activo con riesgo se enuncia en la siguiente definición.

Definición 1 *Una burbuja β en el precio de un activo S esta definida por:*

$$\beta = S - S^*$$

S_t es el precio de mercado y S_t^* es el valor fundamental del activo. Entonces una burbuja esta definida como la diferencia entre estas dos cantidades. Dado que la medida martingala local neutral al riesgo elegida por el mercado es fija, podemos pensar al “regimen de cambio” como un “regimen fijo” en el cual la teoría se simplifica al caso de un mercado completo donde solamente existe una única medida martingala local neutral al riesgo.

Utilizando el enfoque de “regimen fijo” se tienen las siguientes observaciones acerca de este modelo, una de las primeras es que siempre tenemos burbujas positivas para el caso de activos con riesgo, es decir, $S_t \geq S_t^*$.

Este modelo clasifica las burbujas en 3 diferentes tipos, las cuales se enuncian en el siguiente teorema. Para ello supongamos que tenemos una medida fija neutral al riesgo Q^i bajo la cual S y W son martingalas locales.

Teorema 1 *Si en el precio de un activo existe una burbuja $\beta = (\beta_t)_{t \geq 0}$ que es distinta de 0, entonces existen tres y solamente tres posibilidades:*

- β_t es una martingala local si $\mathbb{P}(\tau = \infty) > 0$.
- β_t es una martingala local pero no una martingala uniformemente integrable si τ no es acotada pero $\mathbb{P}(\tau < \infty) = 1$.
- β_t es una Q^i -martingala local estricta si τ es un tiempo de paro no acotado.

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

El primer tipo de burbuja corresponde al caso en el que un activo tiene tiempo de vida infinito y su pago final se realiza en $\tau = \infty$. El segundo tipo de burbuja ocurre cuando el tiempo de vida del activo con riesgo es finito pero no es acotado y finalmente el tercer tipo ocurre cuando el tiempo de vida de un activo es acotado.

De los tres tipos de burbujas el caso más interesante es en el que la burbuja ocurre en un intervalo de tiempo compacto $[0, T]$. Este sería el caso del tercer tipo de burbujas únicamente y como se vio en el teorema anterior esto implica que β es una martingala estrictamente local. Dado que S^* es una martingala y $\beta = S - S^*$, se tiene que el hecho de que β sea una martingala estrictamente local es equivalente a que el proceso de precios S sea una martingala estrictamente local.

Teorema 2 *Tendremos una burbuja en $[0, T]$ si y solo si el proceso de precios S es una martingala estrictamente local.*

Por lo tanto del teorema anterior podemos concluir que la existencia de una burbuja es equivalente a que el proceso de precios de las acciones sea una martingala local la cual no es una martingala. Para ver como podemos generar martingalas locales que no sean martingalas consideramos el siguiente ejemplo. Supongamos que S sigue una ecuación diferencial estocástica con solución única de la forma:

$$dS_t = \sigma(S_t)dB_t + \mu_t dt; \quad S_0 = x \quad (4.21)$$

Donde B es el movimiento Browniano estándar. Dado que todas las medidas martingalas locales neutrales al riesgo eliminan el término de deriva $\mu_t dt$, bajo cualquiera de estas medidas el proceso de precios S sigue la siguiente ecuación.

$$dS_t = \sigma(S_t)dB_t; \quad S_0 = x \quad (4.22)$$

Y se tiene que S es una martingala estrictamente local si y solo si:

$$\int_{\epsilon}^{\infty} \frac{x}{\sigma(x)^2} dx < \infty \quad (4.23)$$

Para algún $\epsilon > 0$. Esta prueba se encuentra con detalle en [28]. Entonces para determinar si S de [4.22] es una martingala estrictamente local solo necesitamos conocer la función $x \rightarrow \sigma(x)$. Esta no es una tarea fácil, el problema es que solo se puede conocer el coeficiente $\sigma(x)$ en aquellos valores x a los que el precio de la acción S alcanza.

Por lo tanto en su artículo Protter trata de estimar el valor de la función $\sigma(x)$ de los valores que se conocen de S y analizar su comportamiento. Parece ser frecuente el caso en el que el comportamiento de σ tiende a infinito cuando $x \nearrow \infty$ de esta manera se puede asumir que este comportamiento continuará incluso cuando ya no se conoce σ . Así el problema se reduce a conocer la tasa a la cual σ tiende a infinito. Este proceso parece funcionar bastante bien dado que cuando el precio de una acción presentó una burbuja esta prueba indica que en efecto era una burbuja, si el precio del activo no estaba atravesando una burbuja la prueba indica que no hay burbuja y cuando no es claro si el precio esta o no atravesando por una burbuja la prueba puede indicar tres posibles resultados: burbuja, no burbuja o que no puede decidir.

Así que continuamos con la explicación de este método.

Sea h_n una sucesión de números reales positivos que convergen a 0, entonces el estimador de $\sigma(x)$ esta dado por:

$$S_n(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{|S_{ti}-x|<h_n} n(S_{ti+1} - S_{ti})^2}{\sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{|S_{ti}-x|<h_n}} \quad (4.24)$$

Para poder utilizar el estimador anterior se supone que $\sigma > 0$ en $I =]0, \infty[$ y que es cero fuera de este intervalo y además se satisface que $\int_{\epsilon}^{\infty} \frac{1}{\sigma^2} < \infty$.

Recordando que si [4.22] es finita entonces S es una martingala estrictamente local y en caso contrario una martingala. Entonces necesitamos conocer el comportamiento de $x \rightarrow \sigma(x)$ mientras $|x| \rightarrow \infty$. El procedimiento que se explica en este artículo utiliza la Teoría de *Reproducing Kernel Hilbert Spaces (RKHS)* el cual consiste de dos pasos:

- Primero se interpola una estimación de σ dentro del intervalo acotado en el cual se tomaron las observaciones de los precios que ha tomado S .
- Después se extrapola la función σ escogiendo un (RKHS) de una familia de espacios de Hilbert de manera que la función se mantenga tan cerca como sea posible de la función interpolada que se obtuvo en el paso anterior.

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

Sea $(H_m)_{m \in \mathbb{N}}$ dicha familia de (RKHS), entonces cualquier elección de m , sea m_0 , permitirá interpolar las observaciones de precios originales y además proporciona un (RKHS) H_m valido con el cual extrapolar σ . Pero esto representa una elección de m_0 no una estimación. Así que hasta este punto el método podría ser tan arbitrario como una estimación paramétrica, esto es escoger m_0 es análogo a escoger la familia parametrizada de funciones que mejor ajustan a σ . La diferencia es que no se escoge de manera arbitraria a m_0 en cambio se usan de nuevo los datos disponibles para escoger el índice m . Para hacer esto se evalúan diferentes (RKHS) para encontrar el más apropiado.

La elección de m permite decidir si la integral en [4.22] converge o diverge. A continuación se explica la manera de escoger a m . Primero se escoge el (RKHS) que permite la construcción de una función que interpola los datos de entrada dentro del intervalo D . Esta optimización arroja una \bar{m} que permite la construcción de $\sigma_{\bar{m}}(x)$ y entonces el proceso continua con los siguientes pasos:

1. **Estimación no paramétrica sobre D :** Estimación de $\sigma(x)$ usando nuestro estimados no paramétrico de una malla fija x_1, \dots, x_M de el intervalo $D = [minS, maxS]$ donde el $minS$ y $maxS$ son el mínimo y el máximo alcanzados por el precio de la acción sobre el tiempo de observación $[0, T]$.
2. **Interpolación de $\sigma(x)$ sobre D usando la teoría de (RKHS):** Se aplica cualquier método de interpolación dentro del intervalo finito D para interpolar los puntos $(\sigma(x_i))_{i \in [1, M]}$. Llamemos a la función interpolada $\sigma^b(x)$.
3. **Decidir si se requiere la extrapolación:** Si la estimación de $\sigma(x)$ obtenida mediante el proceso de interpolación parece ser una función acotada y que no tiende a infinito cuando x lo hace, o no diverge a infinito cuando $x \rightarrow \infty$ y permanece acotada dentro de \mathbb{R}^+ no se necesita de ninguna extrapolación. En tal caso se tiene que $\int_{\epsilon}^{\infty} \frac{x}{\sigma^2(x)} dx$ es infinita y el proceso es una martingala. Si se decide que $\sigma(x)$ diverge a infinito cuando x lo hace entonces el siguiente paso se requiere para obtener un candidato natural para este comportamiento asintótico como el recíproco de un exponente.

Ejemplos

A continuación se muestran algunos ejemplos utilizando la metodología anterior sobre acciones que se presume experimentaron la burbuja “punto com”. Este méto-

CAPÍTULO 4. MODELOS MATEMÁTICOS DE BURBUJAS FINANCIERAS

do se aplica a cuatro acciones de las cuales solo mencionaremos dos.

Lastminute.com es una empresa de internet encargada de comparar precios entre aerolíneas, hoteles, restaurantes etc.

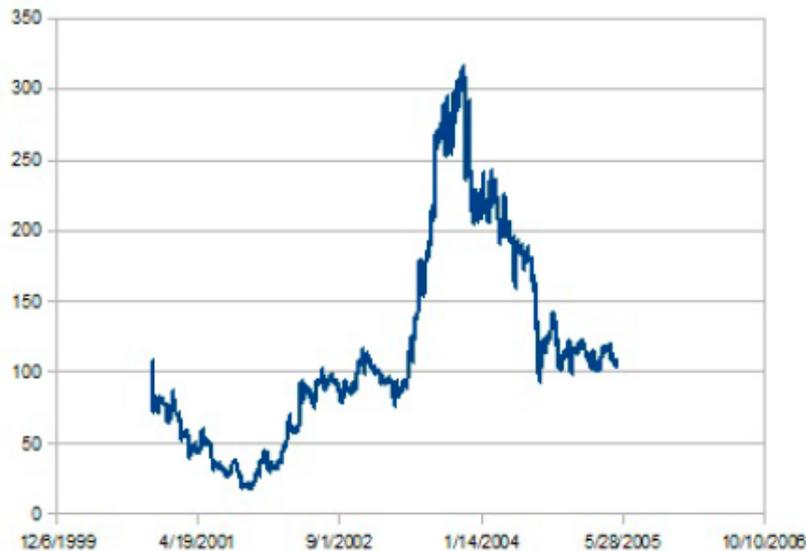


Figura 4.4: Precios de Lastminute.com durante la burbuja “punto com”.

Los precios de las acciones de Lastminute.com se pueden ver en la figura [4.4] y de primera vista se puede esperar que en efecto estos precios experimentaran una burbuja durante este periodo. En la siguiente figura [4.5] se toman diferentes extrapolaciones de $\sigma(x)$ usando diferentes (RKHS).

La curva naranja llamada sigma es la interpolación dentro del intervalo D obtenida mediante la estimación no paramétrica descrita en el punto 2. Entonces se puede observar como m se encuentra entre los valores 7 y 9 que es cuando mejor se ajusta $\sigma(x)$ a la curva naranja. Luego de esta misma figura se puede observar que el comportamiento de la volatilidad en el infinito es proporcional a una función x^α la cual es convergente y entonces la ecuación [4.22] es una martingala estrictamente local lo cual significa que se tiene una burbuja en el precio de Lastminute.com.

Otro ejemplo es el de Geocities, el cual fue un servicio en el cual los usuarios seleccionaban un “barrio” en el que alojarían su página web. Por ejemplo, sitios relacionados con el entretenimiento se asignaban a “Hollywood”. En 2009 este ser-

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

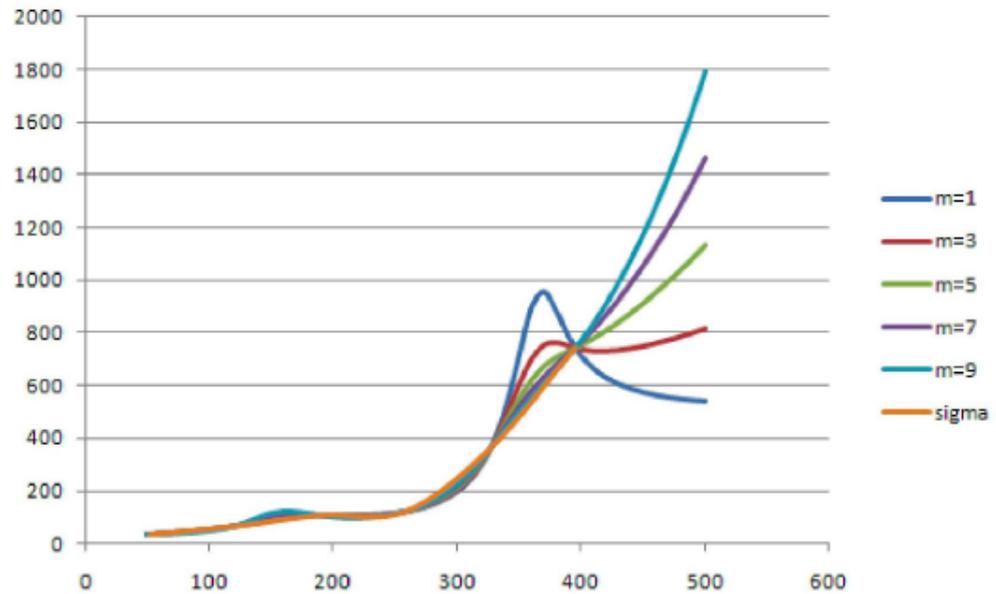


Figura 4.5: RKHS Estimaciones de $\sigma(x)$ para Lastminute.com

vicio desapareció y actualmente solo encuentra funcionando dentro de Japón.

Los precios de las acciones de Geocities se muestran en la figura [4.6], en esta figura no es tan clara la existencia de una burbuja.

Las estimaciones de σ se pueden observar en la figura [4.7], para mayores detalles sobre su obtención se recomienda leer [28].

La volatilidad resulta ser una función acotada y cualquier suposición acerca del futuro comportamiento de dicha función parece implicar la divergencia de la integral $\int_{\epsilon}^{\infty} \frac{x}{\sigma^2(x)} dx$. Entonces el proceso de precios es una martingala y por lo tanto no se tiene la presencia de una burbuja financiera.

Conclusión

Una de las principales críticas que se tienen para el modelo de Philip Protter es tema de controversia desde hace ya algún tiempo: modelar el precio de las acciones en tiempo continuo o tiempo discreto. Existe la creencia, en especial dentro de los economistas, de que no tiene caso modelar en tiempo continuo. Lo cierto es que seguir esta corriente de pensamiento agrega un grado de complejidad muy grande, y en ocasiones innecesario, a ideas y resultados que se tienen muy claros en tiempo discreto. Debido a este grado de complejidad en algún punto es necesario hacer

CAPÍTULO 4. MODELOS MATEMÁTICOS DE BURBUJAS FINANCIERAS

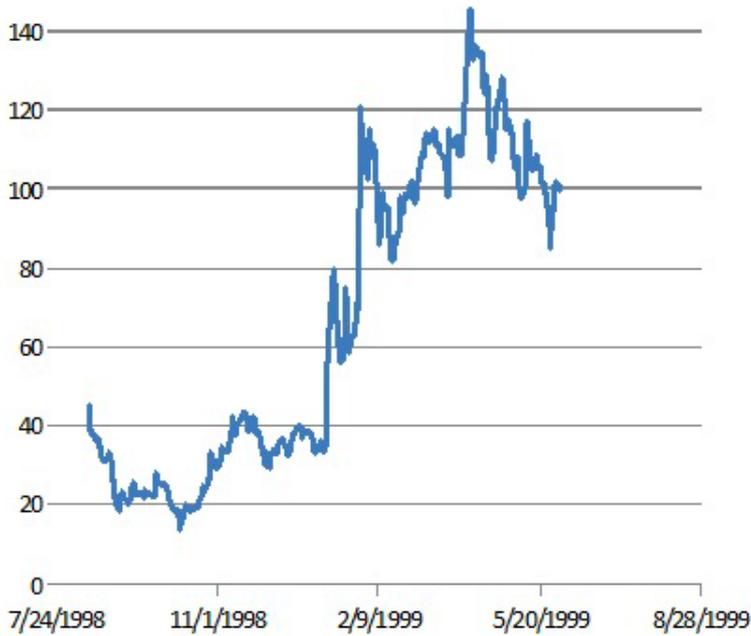


Figura 4.6: Precios de Geocities durante la burbuja “punto com”

uso de la discretización de algún evento.

Se puede modelar el precio de las acciones como series en tiempo discreto pero si se quiere hacer un análisis más robusto de estos datos se tiene que tener en cuenta que estos no llegan uniformemente espaciados dentro de un intervalo de tiempo y una manera más natural de verlos es como una muestra de datos de un proceso a tiempo discreto. El momento de su recolección se puede ver entonces como un tiempo de paro.

Otra crítica importante para este modelo es la manera en la que se representa una burbuja como la diferencia entre una martingala estrictamente local y una martingala. En tiempo discreto se tiene la creencia de que no existen martingalas estrictamente locales; dado que todas las martingalas locales son martingalas. Sin embargo existen trabajos en los que bajo ciertas condiciones esta suposición no es necesariamente correcta [28].

A Mathematical Theory of Financial Bubbles es un trabajo muy completo y ambicioso, pues no solo desarrolla una nueva teoría matemática alrededor de las burbujas financieras si no que además lo hace dejando a un lado una de las hipótesis que más predominantes dentro de los modelos de mercado existentes, que es la

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

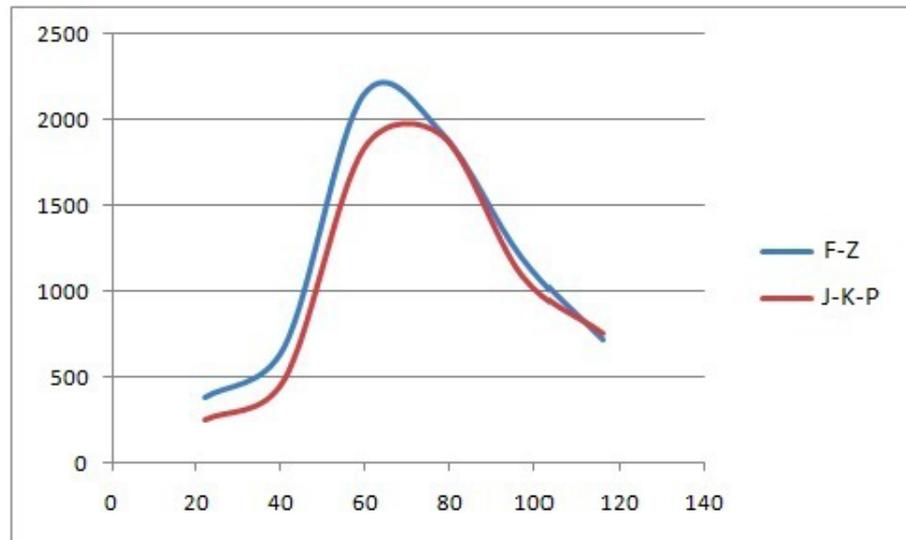


Figura 4.7: Estimaciones de σ

hipótesis de los mercados eficientes (HME).

También recordemos que este artículo implementa una nueva metodología para la detección de burbujas financieras, el cual presenta una oportunidad para aplicar la teoría desarrollada en los primeros apartados del artículo, sin embargo se toma como supuesto que los precios de los activos siguen un movimiento Browniano Estándar y se deja de lado uno de los logros más importantes de este artículo el cual es definir el valor fundamental de un activo dentro de un mercado que no es eficiente. Es decir para encontrar la presencia de una burbuja dentro del precio de un activo solo basta con saber si este es o no una martingala estrictamente local, dejando de lado la definición de burbuja como la diferencia entre el precio fundamental de un activo y su precio de mercado.

Desde nuestro punto de vista el modelo y la teoría de Protter son muy complicados para poder implementarse dentro de los mercados financieros, sin embargo hay quienes han seguido su línea de pensamiento y continúan con el estudio de burbujas financieras viéndolas como martingalas locales, tal es el caso de Martin Herdegen y Sebastian Hermann en su artículo *Optimal investment in a Black-Scholes model with a bubble*. [10].

En el artículo anterior se propone una extensión del modelo de Black-Scholes

CAPÍTULO 4. MODELOS MATEMÁTICOS DE BURBUJAS FINANCIERAS

que toma en cuenta el rápido crecimiento de los precios cuando una burbuja se presenta y su posterior caída. Además de la tasa de rendimiento esperada en (B-S) se permite un exceso de rendimiento positivo y dependiente del tiempo el cual es compensado por un salto negativo a un tiempo aleatorio el cual representa la explosión de la burbuja. Dado que el exceso de rendimiento y la distribución del tiempo aleatorio se pueden escoger casi de manera arbitraria esto permite que el modelo sea lo bastante flexible para permitir diferentes tipos de burbujas como las que considera Protter.

4.2. Algunos Modelos de Burbujas Financieras

Capítulo 5

Regulación de Burbujas

Como se vio en los ejemplos del capítulo uno una burbuja puede presentarse dentro de muchos diferentes activos financieros. Sabemos que existen economistas como Eugene Fama, economista de la Escuela de Chicago y conocido como el padre de la hipótesis de los mercados eficientes, quien en una entrevista para el periódico New Yorker con John Cassidy dijo ni siquiera saber que significaba el término burbuja financiera y que simplemente son términos que se han hecho populares.

Entonces ¿A que se deben los periodos prolongados durante los cuales los precios de los activos se alejan muy significativamente de sus valores fundamentales? en particular ¿Qué fue lo que ocurrió con las hipotecas subprime si no fue una burbuja?.

Respecto a la primer pregunta Fama da la siguiente explicación: *De existir una burbuja podría calificarse precisamente como un periodo prolongado durante el que los precios se alejan de sus fundamentos económicos, pero eso significaría que alguien debe haber hecho un montón de dinero apostando por eso, si pudiera identificarlo. Creo que la mayoría de las burbujas se reconocen siempre a posteriori. La gente siempre dice que los precios son demasiado altos. Cuando resulta ser verdad, les canonizamos. Cuando no, les ignoramos. Normalmente aciertan y se equivocan la mitad de veces.*

Respecto a la segunda pregunta Fama argumenta: *Lo que ocurrió es que entramos en una gran recesión, la gente no pudo pagar sus hipotecas y claro los que tenían un mayor riesgo fueron los que menos fueron capaces de hacerlo.*

Volvemos a mencionar el ejemplo de la crisis inmobiliaria dado que es considerada una de las mayores crisis económicas desde La Gran Depresión de 1929 y se desató principalmente debido al estallido de la burbuja inmobiliaria, además de

que aún no hemos hecho énfasis en las consecuencias que esta tuvo sobre la población estadounidense y del mundo.

Para recalcar la importancia del estudio de las burbujas financieras solo basta con observar las catastróficas consecuencias que tuvo la burbuja de las bienes raíces, la cual también se puede ver como una consecuencia de una fuga de capitales de inversión en dirección al mercado inmobiliario pues esta parecía un segmento seguro al percibirse como un sector en constante crecimiento y en el cual era muy difícil incurrir en pérdidas. Esta movilización de capitales en combinación con las bajas tasas de interés durante el 2000, ver la figura [2.1], dio lugar a la aparición de una burbuja inmobiliaria.

Los primeros indicios de la inminente explosión de la burbuja subprime comenzaron en febrero del 2007 cuando más de 25 empresas dedicadas a dar préstamos hipotecarios se declararon en quiebra. HSBC anunciaba pérdidas relacionadas con hipotecas de alto riesgo en Estados Unidos.

Countrywide Financial Corporation, el mayor prestamista hipotecario de Estados Unidos, evitó la quiebra mediante la suscripción de un préstamo de emergencia de \$11 millones de dólares. Para principios del 2008 Moodys y Standard & Poors rebajan la calidad crediticia de las aseguradoras Monoline, MBIA y Ambac, con ellos surgió el temor de una depreciación contable de los instrumentos que estas aseguraban.

Para septiembre de ese mismo año Lehman Brothers se declara en quiebra, lo que significa la explosión de la burbuja debido al tamaño y la participación que tiene este banco de inversión en el sistema financiero. En este mismo periodo de tiempo el gobierno estadounidense interviene para respaldar a la aseguradora AIG.

El 3 de octubre de 2008 el presidente de Estados Unidos George W. Bush, promulgó la Ley de Estabilización Económica de Emergencia, mediante la cual se canalizarían 700 mil millones de dólares al mercado financiero. Los bancos beneficiados serían Citygroup, Goldman Sachs, Morgan Stanley, JPMorgan, Bank of America, Merrill Lynch entre otros. Sin embargo esto no fue suficiente para detener el estallido de la crisis.

Los efectos de la crisis no se limitaron solo a los Estados Unidos, la interconexión de los mercados financieros de todo el mundo permitió que inversionistas de todo el mundo asumieran posiciones en estos títulos pues confiaban en su alta solvencia y sus rendimientos positivos.

A pesar de la inyección de dinero por parte de la Reserva Federal el estallido de la burbuja trajo una profunda recesión en Estados Unidos, el PIB cayó más del cinco por ciento, un nivel alto de desempleo, con más de 26 millones de estadounidenses desempleados; la pérdida de vivienda, cuatro millones de familias perdieron sus hogares por la ejecución de las garantías hipotecarias y otros cuatro millones y medio cayeron en el proceso de ejecución o estaban seriamente atrasados en sus pagos de hipoteca.

Sería genial tener una guía confiable que nos condujera fuera de desastres como esta última crisis financiera, es por eso que en junio del 2010 se hizo una audiencia entre la cámara de representantes, el comité de ciencia y tecnología y el subcomité de investigación y vigilancia de los Estados Unidos para examinar los límites y los alcances de la teoría macroeconómica moderna a la luz de la crisis económica del 2007 [39].

Dentro de esta audiencia se discutió uno de los principales modelos macroeconómicos, el Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico (DSGE) por sus siglas en inglés, el cual debe su nombre a las siguientes características. El modelo es “General” dado que incluye a todos los mercados en la economía, es de “Equilibrio” pues supone que la oferta y la demanda se nivelan de manera rápida y efectiva. “Dinámico” significa que en el modelo el valor de las variables económicas presentes están ligadas a su valor en el futuro. Además son estocásticos o aleatorios por que en su formulación se incluye una fuente de incertidumbre que permite modelar diferentes eventos inesperados.

Algunas de las principales preguntas que buscaban resolverse en esta reunión fueron las siguientes:

- La tasa de desempleo en los Estados Unidos se encontraba por debajo del 10%. Sin tomar en cuenta a aquellos pesimistas que dejaron de buscar empleo, más aquellos que cuentan con un trabajo de medio tiempo y quisieran encontrar uno de tiempo completo lo cual suma un 16%. ¿Como explican los economistas la tasa de desempleo tan alta? ¿Que se puede hacer para contrarrestarla?
- Japón estuvo sumergido en un estado deflacionario por alrededor de 20 años. Un alto índice de desempleo, débiles ganancias de productividad y una baja demanda fueron características permanentes de su economía por un largo periodo. Algunos observadores del mercado apuntan a que los Estados Unidos

podrían dirigirse hacia una situación similar. ¿Como explican los economistas la situación por la que atravesó Japón? ¿Están los Estados Unidos en peligro de caer en una situación similar y que puede hacerse para evitarlo?

- La burbuja de los bienes raíces fue apenas visible antes de su estallido. ¿Por qué no fueron más economistas capaces de identificar y reconocer su potencial sobre los Estados Unidos y las economías mundiales? ¿Si las autoridades no son capaces de identificar condiciones que puedan amenazar el sano funcionamiento de la economía que puede hacerse al respecto?

Las autoridades políticas tienen que lidiar con este tipo de problemas todos los días. ¿El estado actual de la economía es confiable para elaborar políticas en base a los modelos actuales? si no es el caso ¿Debe el gobierno considerar encontrar nuevas fuentes de investigación que puedan brindar indicios del comportamiento real de la economía?.

Dentro de los invitados a esa audiencia estaba el Dr. Robert M. Solow, profesor emérito del MIT, quien se declara desde un principio como un economista tradicional, el piensa que la teoría económica con la que se cuenta hoy en día y se enseña a los estudiantes es bastante buena. Aunque por supuesto tiene sus huecos en el entendimiento de la economía y hay una gran variedad de cosas que no son ciertas.

Cuando nos referimos a cuestiones tan importantes como lo son la macroeconomía el Dr. Slow piensa que cada proposición debe de repensarse y verificar que en efecto tenga sentido y que los modelos (DSGE) no pasan esta prueba. Dan por sentado que toda la economía se comporta como si fuera una sola persona o compañía tomando las mejores decisiones con base en lo que pueden hacer, la información que tienen y de acuerdo a sus posibilidades.

Esta no puede ser una adecuada descripción de la economía, el ejemplo más claro es que los modelos (DSGE) no toman en cuenta las tasas de desempleo que se tienen normalmente y mucho menos las que se dieron a partir de la crisis. La única manera de que estos modelos puedan tomar en cuenta el desempleo es hacerlo de alguna manera voluntario lo cual no sería para nada un supuesto real.

En cuanto a las políticas que deben tomar las autoridades o gobiernos el Dr. Solow dice que si estas instituciones tienen más información acerca de lo que ocurre en el mercado deberían de hacerla publica.

En resumen podemos decir que los modelos (DSGE) no tiene nada importante que decir que ayuden a tomar medidas para evitar burbujas financieras ya que están

construidos bajo el supuesto de que las autoridades no tienen nada que hacer dado que los precios de las acciones por sí mismos tienden al equilibrio. Y queda claro que esto no sucede dentro de una economía sujeta a un sistema financiero altamente endeudado y débilmente regulado.

Como pudimos darnos cuenta con el documento publicado por la cámara de representantes de los Estados Unidos [39], es de mucho interés entender si la teoría económica actual nos provee de herramientas necesarias para tomar medidas que prevengan o nos conduzcan fuera de crisis como la del 2007.

Como reflejo de la preocupación que se tiene alrededor del mundo respecto a crisis financieras como la ocurrida en los Estados Unidos que terminó afectando a otros países como España y Reino Unido por mencionar algunos, distintas autoridades financieras de distintos bancos centrales opinan respecto a si deben los bancos centrales intervenir para orientar los precios de las acciones [40].

Se tiene la creencia de que el mejor remedio para el pánico es simplemente dejarlo pasar, dejarlo que siga su curso y permitir que la economía se ajuste a la caída de los precios. Una de las principales razones que apoyan esta creencia es que los bancos centrales tienen dos objetivos muy importantes que cumplir, preservar el valor de su moneda y mantener la estabilidad de precios además de propiciar el sano funcionamiento del sistema financiero, y que enfocarse a orientar los precios de las acciones podría provocar que no se logre alguno de esos objetivos.

Sin embargo existe también la creencia opuesta, sobre todo dentro de los banqueros europeos, de que es importante que los bancos centrales orienten los precios de los activos [40]. Sin embargo reconocen que su conocimiento acerca del tema es limitado y en consecuencia se puede tener el efecto contrario al deseado, es decir, perturbar la estabilidad de los precios a mediano plazo.

El riesgo moral es otro problema que hay que tomar en cuenta, dado que aquellos agentes que anticipen una medida de regulación en los precios de las acciones por parte de los bancos centrales pueden pensar que sus pérdidas estarán de alguna manera acotadas y decidir tomar más riesgos.

Yves Merch presidente del Banco Central de Luxemburgo opina que una política más cautelosa hacia las burbujas en los precios de un activo conocida como “*leaning against the wind*” es preferible. Esta política consiste en una tendencia cautelosa de incrementos en las tasas de interés incluso más allá del nivel necesario para mantener la estabilidad de los precios de bienes y servicios a mediano o corto

plazo cuando se identifica la posible formación de una burbuja.

Aunque nos queda claro que identificar una burbuja en tiempo real no es tarea fácil, sabemos de especialistas como Robert Shiller y George Soros que fueron capaces de encontrar en el mercado indicadores que apuntaban a una burbuja en los precios de las casas en Estados Unidos. Lo cual nos hace pensar que los bancos centrales poseen herramientas que podrían detectar o quizá desinflar una burbuja.

Jeffrey A. Frankel profesor en la universidad de Harvard dice que orientar los precios de las acciones puede no ser la mejor acción que deben tomar los bancos centrales, pero tampoco se les puede ignorar. Los bancos centrales deben estar bien informados para vigilar los precios de los activos y hablar, y eventualmente actuar en aquellas ocasiones en las que los precios de los activos crecen demasiado.

Dentro de los banqueros europeos que creen que los bancos centrales no deben intervenir en orientar los precios de las acciones pero no por eso dejar de prestarles atención se encuentra Helmut Schlesinger, Presidente del Bundesbank en Alemania, quien piensa que una reacción por parte de un banco central en respuesta a un peligroso desarrollo de los precios de las acciones no puede ser activada cuando estos pasan cierto nivel, pero que esta no es razón para que los bancos centrales no presten atención a los movimientos en los precios de las acciones del mercado sobretodo después de ver las consecuencias que tiene la explosión de una burbuja.

En la opinión del presidente del Bundesbank no es verdad que el desarrollo de los precios de las acciones y sus consecuencias no pueden ser juzgados. Algunas instituciones semi-oficiales como el Banco de Pagos Internacionales en Basilea se dio cuenta de que algo estaba pasando antes y durante el desarrollo de la burbuja.

El problema con la intervención de los bancos centrales en este tema es que no están acostumbrados a tomar medidas cuando los participantes del mercado están ganando más y más dinero día con día. Pero esperar a que la burbuja explote es una medida que no debería de repetirse en el futuro.

Sabemos que es muy difícil darse cuenta de la presencia de una burbuja y tomar medidas para desinflarla y que no estar en lo correcto podría producir una desaceleración innecesaria de la economía, esto es lo que piensa Richard N. Cooper, Profesor de economía internacional en la universidad de Harvard. Enfocarse en la orientación de precios de las acciones podría distraer a los bancos centrales de enfocarse en los precios de bienes y servicios. Por ejemplo si el precio de una acción esta creciendo por encima de un cierto limite cualquier banco central aumentaría

su política monetaria incluso si el índice de precios era estable provocando una deflación.

Además de que se tiene el problema de no contar con un “buen índice” para el precio de las acciones y es extremadamente difícil crear uno que sea satisfactorio. ¿Qué activos deben ser incluidos? ¿El de las viviendas, bonos, oro o acciones? ¿Debe ser un índice ponderado como en S&P 500? ¿O sin ponderación como el Dow-Jones? ¿O debe ser ponderado de acuerdo a factores como el desempleo? ¿Debe este índice cambiar con el tiempo? No hay una sola respuesta correcta a estas preguntas.

Sin embargo Cooper vuelve a coincidir en que la Reserva Federal de los Estados Unidos debe prestar más atención a los precios de las acciones y debe actuar cuando la exuberancia irracional parezca dominar los mercados más importantes.

5.1. Riesgo sistémico

Este es un panorama muy general de lo que se piensa en los bancos centrales acerca de las burbujas financieras y si se debe o no intervenir en ellas. El Banco de México se enfoca hacia el estudio de que tan interconectado se encuentra el sistema financiero y como esto propicia el riesgo de contagio [23],[22],[21].

Dentro de los diferentes tipos de contagio, el contagio directo dentro del mercado interbancario es uno de los más estudiados. El contagio directo se refiere a la caída o bancarrota de un banco como consecuencia de la falla de otros bancos en el cumplimiento de sus contratos, teniendo un efecto negativo en la solvencia de otros bancos.

El contagio bajo estrés se define como el contagio causado por un choque macroeconómico. Por ejemplo si el choque es lo suficientemente grande como para generar cambios en las variables macroeconómicas y causar pérdidas en el mercado, algunas instituciones se pueden ir a la bancarrota.

Dado el impacto causado por el choque, el cual pudo haber afectado a varias instituciones y el tamaño de las exposiciones de los bancos afectados, el contagio se puede esparcir por todo el sistema financiero. Este tipo de enfoque también se utiliza por otras instituciones financieras como lo es the Basel Committee on Banking Supervision (BCBS).

Uno de los resultados más importantes dentro del estudio de los tipos de riesgo es

que aunque algunas instituciones pueden ser afectadas por la falla individual de una institución importante en términos de la parte del sistema que dichas instituciones representan el impacto sería pequeño. Incluso en el caso de choques severos, las pérdidas como proporción del total de activos del sistema financiero son pequeñas.

La incorporación de más intermediarios financieros en los estudios de contagio provee un mayor panorama del rol que juegan diferentes tipos de instituciones en la transmisión del contagio. Las casas de bolsa por ejemplo pueden no ser una parte significativa del sistema financiero pero durante periodos de estrés o después de una crisis estas instituciones pueden llevar a la bancarrota de bancos que podrían estar en una situación precaria.

Las instituciones financieras son más vulnerables al contagio directo cuando sus exposiciones con otras entidades financieras son grandes con respecto a su capital. Existen algunas instituciones que poseen grandes cantidades de capital y como consecuencia casi no sufren de contagio directo. Por otro lado existen instituciones con exposiciones lo suficientemente grandes que pueden caer en bancarrota dado el incumplimiento de las obligaciones de las contrapartes. Estas instituciones son conocidas como sobreexpuestas.

Sólo las instituciones sobreexpuestas pueden caer debido al contagio directo. Sin embargo la sobreexposición es una condición necesaria pero no suficiente para que una institución sea afectada por el contagio directo. Además de esta condición una institución cae solamente si un número suficiente de sus contrapartes también falla; esto significa que es muy poco probable que una institución sobreexpuesta que esta altamente diversificada pueda verse afecta por contagio directo.

Cabe mencionar que es muy importante contar con más información acerca de las exposiciones de los intermediarios financieros para una mejor estimación del contagio directo.

Estos estudios son útiles para detectar que bancos son más vulnerables al riesgo sistémico, el cual es el riesgo de que ocurra un evento que amenace el buen funcionamiento del sistema financiero. En [21] se presentan algunas métricas topológicas para las exposiciones interbancarias y redes de sistemas de pagos, todo esto con el objetivo de medir y monitorear el riesgo sistémico.

Los principales hallazgos de ese trabajo son: Las estructuras de las redes de pagos y exposiciones son diferentes; la topología de las redes de exposiciones cambió des-

pués del colapso de Lehman Brothers, mientras que la estructura de las redes de pago no lo hizo; la medida de interconexión propuesta en [21] puede usarse para determinar la importancia de un banco en términos de conectividad. Finalmente se encontró que la interconectividad un banco no esta necesariamente relacionado con el tamaño de sus activos pero si lo esta con el contagio que este puede causar.

Adicionalmente se proponen medidas no-topológicas que pueden ser muy útiles para el monitoreo del riesgo sistémico. Varias medidas centrales pueden tomarse en cuenta de manera simultanea para generar una sola. Tal medida puede usarse con fines regulatorios para identificar instituciones altamente interconectadas.

El entendimiento del riesgo sistémico es de gran importancia para mantener la estabilidad financiera. Sin embargo existe una falta de métodos y herramientas para medirlo. Existen muchas definiciones para el riesgo sistémico pero en [23]] se le define como: Un choque aleatorio inicial que afecta incluso hasta el punto de bancarrota a una o más instituciones financieras acompañado de un mecanismo de contagio que transmite tales efectos negativos a otras instituciones en el sistema.

Una de las principales razones por las que es importante medir el riesgo sistémico es para que los bancos centrales y autoridades financieras tomen mejores decisiones y tengan un mejor manejo del riesgo. De hecho dada la situación actual en el sistema financiero global es más importante que nunca estudiar al sistema financiero como un todo.

5.2. Modelos matemáticos enfocados en la detección de burbujas financieras

Algunos especialistas afirman que las crisis financieras casi siempre están precedidas por una burbuja financiera o por un desenfrenado crecimiento del crédito. La crisis financiera del 2007 no fue la excepción. Dentro de las consecuencias de esta crisis los economistas en los bancos centrales y demás autoridades reguladoras se encuentran firmando el acuerdo de Basilea III, el cual intenta servir como guía para regulación de la excesiva creación de crédito ¿pero que podemos entender por excesivo?.

En ocasiones resulta muy complicado definir lo que es excesivo, lo cual complica aún más la tarea de combatir la presencia de una burbuja en el precio de un activo. ¿ cómo pueden entonces loa bancos centrales y la autoridades reguladoras trabajar

5.2. Modelos matemáticos enfocados en la detección de burbujas financieras

para contrarrestar una burbuja especulativa cuando no son capaces de detectar si existe o no?

La reciente crisis de las hipotecas subprime del 2007 y sus efectos en la actividad económica han desarrollado una creciente ola de interés en encontrar una burbuja financiera en el precio de distintos bienes. Un aspecto importante acerca de este fenómeno es poder ubicar sus distintas etapas de desarrollo a lo largo del tiempo.

Dentro de los distintos modelos matemáticos que se mencionan en este trabajo, están los modelos estadísticos cuyo principal objetivo es obtener estimadores consistentes para el momento en el tiempo en el que ocurre una burbuja financiera. Estos modelos son muy útiles como señales de alerta para que los distintos bancos centrales y autoridades reguladoras tomen decisiones acerca de sus estrategias de vigilancia.

En general, contamos con observaciones históricas acerca de una o varias variables (precios, rentabilidades, etc.) y queremos calcular medidas de posición central, de dispersión y de correlación con el objeto de resumir las propiedades básicas de dichos datos.

Cada observación de una serie temporal debe interpretarse como una muestra de tamaño uno de la distribución de probabilidad correspondiente a la variable aleatoria de ese instante.

Un proceso estocástico es una sucesión de variables aleatoria indexadas por el tiempo. Es una propiedad de cualquier proceso estocástico estacionario que la estimación de un futuro valor para la variable aleatoria converge a su media.

Una variable estacionaria tiene generalmente varianza finita; más precisamente, su varianza no cambia con el paso del tiempo y, desde luego, no tiende a infinito. Una perturbación transitoria sobre una variable estacionaria tiene efectos puramente transitorios; pueden durar varios períodos, pero sus efectos terminan desapareciendo. La serie temporal correspondiente a una variable estacionaria no deambula durante períodos largos de tiempo a ambos lados de su media muestral, sino que cruza frecuentemente dicho valor.

Por el contrario, una perturbación de carácter transitorio sobre una variable no estacionaria tiene efectos permanentes. La función de auto-correlación de una variable no estacionaria converge a cero muy lentamente, y su serie temporal muestra claramente largos períodos de tiempo en que deambula sin cruzar su valor medio.

En resumen las características de un proceso estocástico estacionario son las siguientes:

- Tiene varianza finita
- Sus funciones de auto-correlación convergen a cero rápidamente.
- Una perturbación tiene efectos meramente transitorios.
- Una estimación del siguiente valor que toma la variable aleatoria asociada al proceso estocástico converge a su esperanza matemática.

Para un proceso estocástico no estacionario se tienen las siguientes propiedades:

- Su varianza incrementa junto con el tamaño de la muestra.
- Sus funciones de auto-correlación no convergen a cero rápidamente.
- Una perturbación tiene efectos permanentes.
- Una estimación del próximo valor que toma la variable aleatoria no converge a su esperanza matemática.

La ausencia de estacionariedad en variables económicas puede reflejarse mediante la presencia de tendencias estocásticas o de tendencias deterministas en los precios de mercado, a través de volatilidad cambiante en el tiempo, etc. Una tendencia estocástica es un componente estocástico cuya varianza tiende a infinito con el paso del tiempo. Una tendencia determinista es una función exacta del tiempo, generalmente lineal o cuadrática, lo que hace que el valor de la variable crezca o disminuya constantemente.

5.2. Modelos matemáticos enfocados en la detección de burbujas financieras

Una mayor dificultad presenta el caso en el que una variable precio incluye una tendencia estocástica pues, en tal caso, su esperanza y varianza no están definidas.

Las estructuras de camino aleatorio han sido objeto de análisis en finanzas. Si el precio de un activo sigue una estructura de camino aleatorio, entonces su predicción a cualquier horizonte futuro es igual al precio actual, el último precio observado. Existen en la literatura distintas definiciones de camino aleatorio, no todas equivalentes entre si. Una definición más general se basa en las condiciones: a) esperanza matemática constante y b) ausencia de correlación serial. En este caso la predicción lineal óptima de una rentabilidad futura es su esperanza, que estamos suponiendo constante.

El modelo $P_t = P_{t-1} + \varepsilon_t$ incorpora dos hipótesis: i) $H_0 : \beta = 1$ frente a $H_1 : \beta \neq 1$ en el modelo: $P_t = \beta P_{t-1} + \varepsilon_t$, ii) en el supuesto de que H_0 no se haya rechazado en el contraste anterior, la diferencia $P_t - P_{t-1}$ carece de auto-correlación y por lo tanto no satisface la condición de camino aleatorio. Por lo tanto un enfoque para este contraste se basa en aplicar un test de raíz unitaria, que describiremos más adelante, a la representación autoregresiva de P_t , que puede ser de orden 1 o de orden superior.

Para poder explicar la prueba de la raíz de la unidad primero definimos que es un proceso de autorregresión de primer orden AR(1) tiene la siguiente representación:

$$y_t = \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.1)$$

con ε_t siendo ruido blanco, el cual supone que las variables y_t tiene la misma distribución de probabilidad y son independientes e idénticamente distribuidas. Utilizando el operador $B^s y_t = y_{t-s}$ en la representación del proceso:

$$y_t - \rho_1 y_{t-1} = (1 - \rho_1 B) y_t = \varepsilon_t \quad (5.2)$$

mientras que el coeficiente ρ en un proceso AR(1) se aproxime a uno, la autorregresión de primer orden se va pareciendo a una caminata aleatoria. Esto se debe a que si realizamos repetidamente la siguiente sustitución, en s ocasiones, se tiene que:

$$\begin{aligned} y_t &= a + y_{t-1} + \varepsilon_t = a + (a + y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) \\ &= as + y_{t-s} + (\varepsilon_{t-s-1} + \varepsilon_{t-2} + \dots + \varepsilon_t). \end{aligned} \quad (5.3)$$

A diferencia de una caminata aleatoria donde las predicciones del valor actual solo dependen del valor observado anterior, en un proceso AR(1) el termino y_{s-t} no desaparece no importa cuantas sustituciones realicemos, es más la varianza aumenta mientras más retrocedemos en el tiempo. Esto se debe a que en el último sumando $\displaystyle \sum_{s=1}^t \varepsilon_s$ es un ejemplo de tendencia estocástica.

Si comparamos en la misma gráfica realizaciones de una serie de tiempo asociada a un camino aleatorio junto con un proceso estacionario autoregresivo, será difícil decir cual de los dos tiene una varianza infinita. Esto significa que si tomamos como hipótesis nula que una serie de tiempo viene asociada a una caminata aleatoria contra la hipótesis nula de que viene de un proceso AR(1), esta prueba puede fallar siendo difícil rechazar la hipótesis de que proviene de una caminata aleatoria cuando el proceso es AR(1) con un coeficiente ρ muy grande. Es por eso que se aplica la prueba de la raíz de la unidad el cual explicamos a continuación.

La dinámica de la varianza de un proceso AR(1) esta caracterizada por las raíces de su polinomio característico

$$1 - \rho_1 B = 0 \tag{5.4}$$

que tiene por solución $B = 1/\rho$. Si $\rho = 1$, entonces el proceso AR(1) tiene una raíz unitaria lo que señala un comportamiento no estacionario. Si $\rho < 1$ la ecuación característica tiene una raíz mayor que 1 y el proceso es estacionario.

De manera más formal considere la siguiente descomposición de la serie x_t

$$\begin{aligned} x_t &= TD_t + z_t \\ TD_t &= k + \delta t \\ z_t &= \phi z_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned} \tag{5.5}$$

donde TD_t es una tendencia determinista lineal y z_t es un proceso AR(1). Si $|\phi| < 1$ entonces x_t tiene una raíz unitaria. Si $\phi = 1$ entonces z_t una tendencia estocástica y x_t tienen una raíz unitaria.

Las pruebas de la raíz de la unidad se basan en probar la hipótesis nula de que $\phi = 1$ contra la hipótesis alternativa de que $\phi < 1$ y se llaman raíz de la unidad por que detrás de la hipótesis nula esta el polinomio característico de z_t tiene una raíz igual a uno. Para más referencias acerca de las pruebas de la raíz de la unidad

5.2. Modelos matemáticos enfocados en la detección de burbujas financieras

y de modelos de autorregresión consultar [25].

Estas técnicas de regresión y pruebas de raíz de la unidad se utilizan para la detección de burbujas, un ejemplo de ellos es el modelo que se menciona por Peter C.B. Phillips y Jun Yu en [26]. La idea principal es usar el lado derecho de la prueba de la raíz de la unidad para evaluar las pruebas de un comportamiento ligeramente explosivo en series de datos.

El artículo [26] presenta rigurosas técnicas econométricas para detectar una burbuja financiera. En particular este artículo utiliza estimadores para los periodos de inicio y explosión de una burbuja. Estos métodos se conocen como PWY en honor a sus autores y utilizan pruebas de la raíz de la unidad para detectar comportamientos explosivos en las series temporales de precios de los activos que se conocen como burbujas.

Siguiendo esta misma línea de investigación Watanabe y Takayasu [35] ofrecen una definición matemática de una burbuja financiera todo esto inspirado por la detección de comportamientos exponenciales en el análisis de datos. Ellos afirman que todo el periodo de desarrollo de una burbuja puede ser determinado de datos históricos y que el inicio de una burbuja puede identificarse antes de su explosión.

En el artículo de Takayasu y Watanabe [35] se introduce la siguiente fórmula para definir burbujas y su estallido:

$$P(t) - P(t - 1) = (w_1(i; T_i) - 1) \{P(t - 1) - P_0(i; T_i)\} + F(t) \quad (5.6)$$

En esta fórmula $P(t)$ es el precio al tiempo t y $F(t)$ es el ruido blanco. Los parámetros $w_1(i; T_i)$ y $P_0(i; T_i)$ están únicamente determinados por los T_i datos históricos.

El método funciona de la siguiente manera, a cada paso en el tiempo se le asigna un comportamiento divergente o convergente de la siguiente manera:

- Usando la ecuación [5.6] calculamos $w_1(i; T_i)$ y $P_0(i; T_i)$ de los T_i datos anteriores.
- Si $w_1(i; T_i)$ es mayor que 1 se clasifica a todos los pasos de la observación de tamaño T_i como una burbuja o su estallido $w_1(i; T_i)$ es igual a 1 el precio sigue una caminata aleatoria.

- Luego se conectan todos los pasos en el tiempo para definir periodos de divergencia o convergencia.
- Finalmente se dibujan curvas de tendencia para cada periodo aproximando el precio de fluctuación en cada periodo.

En este artículo ellos confirman la validez de su modelo con datos del índice NASDAQ tomados de la burbuja “punto com” del año 2000.

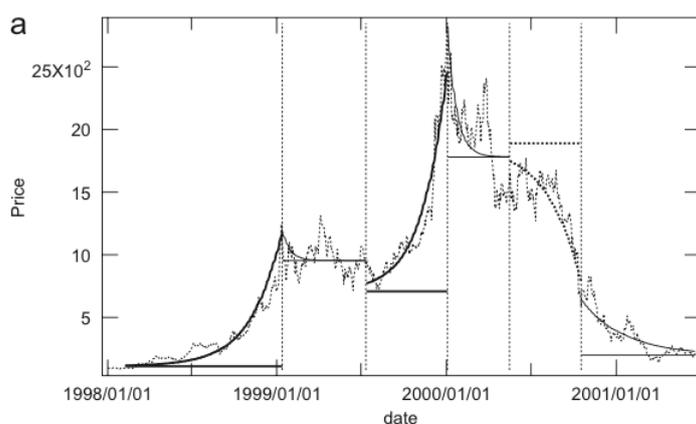


Figura 5.1: 3 Burbuja de YAHOO de 1998 a 2001

Aunque este método es bastante bueno para la detección de burbujas, no es útil para ser usado en la predicción y estallido de una burbuja.

5.3. Política monetaria

En ocasiones, las políticas monetarias restrictivas estuvieron vinculadas al estallido de burbujas en el mercado de valores. El 14 de febrero de 1929 la Reserva Federal aumentó la tasa de redescuento del 5% al 6% con el objetivo de limitar la especulación ver [2.1].

Después de la gran depresión se creó un sistema de garantías, la Ley Glass-Steagall, que separó a los bancos en dos categorías: bancos comerciales y bancos de inversión. Un banco comercial es un tipo de banco o institución financiera que ofrece servicios tales como la aceptación de depósitos, préstamos a la empresa y productos básicos de inversión, mientras que la banca de inversión ofrece servicios a clientes

individuales, empresas y gobiernos a obtener capital mediante la emisión y venta de valores en los mercados de capitales.

Un factor importante para el surgimiento de la burbuja inmobiliaria fue la derogación de la ley Glass-Steagal en la que se le permitió a los bancos comerciales actuar como un banco de inversión de modo que pudieron tomar más riesgos y apalancarse más. Esta acción estaba pensada para permitir mayor competitividad en los mercados sin embargo la realidad fue otra.

Después de estas observaciones es natural preguntarse si las autoridades gubernamentales deberían intervenir y hacer frente ante una burbuja y en que etapa o si una vez que los índices de precios comienzan a caer deberían las autoridades adoptar medidas para calmar la caída y aminorar sus consecuencias.

Es importante recalcar que hubo un sector financiero con una importante falta de regulación: el crédito. Debe regularse para evitar excesos. La disponibilidad de crédito no sólo incentiva la productividad de instrumentos financieros sino también la flexibilidad y la innovación de los mismos.

Los reguladores necesitan conocer más las innovaciones recientes, y no deben permitir prácticas que no entiendan del todo. Hay riesgos sistémicos que las autoridades regulatorias deben administrar y para poder hacerlo deben tener la información adecuada. Los participantes deben proporcionar esa información incluso si es costosa e incómoda. Los costos son insignificantes comparados con los costos de una crisis.

La lección más importante que podemos aprender de las crisis es que las autoridades monetarias tienen que preocuparse no sólo por controlar la oferta de dinero sino también por la creación del crédito. Las autoridades monetarias tienen que preocuparse no solamente por la inflación de salarios, si no también por evitar las burbujas especulativas.

George Soros en su libro **El nuevo paradigma de los mercados financieros** [34], propuso una manera para reactivar la economía después de la crisis inmobiliaria, la cual consiste en compensar el colapso de la economía creando dinero, sacando de los balances la deuda de dudoso cobro y re capitalizando los bancos. Entonces, si eso sucede, el exceso de oferta de dinero deberá drenarse tan rápido como el crédito empiece a fluir.

Desafortunadamente el secretario del Tesoro, Henry Paulson, reaccionó de otra

CAPÍTULO 5. REGULACIÓN DE BURBUJAS

manera. Tras la bancarrota de Lehman Brothers, Paulson forzó a través del congreso un paquete de rescate de 700,000 millones de dólares sin tener una idea clara de cómo debía utilizarse ese dinero para re capitalizar adecuadamente los bancos.

Mientras que los mercados financieros se globalizan, las autoridades siguieron siendo nacionales. Dado que los mercados globales son una realidad, las autoridades deben también hacerse más internacionales y las instituciones financieras internacionales deben servir a sus miembros más equitativamente.

Para ello primero se necesita lograr acuerdos internacionales como:

- Coordinar internacionalmente regulaciones bancarias. Esto sería tarea del acuerdo de Basilea III.

- También deben ser globales las regulaciones del mercado.

- Los gobiernos nacionales tienen que coordinar sus políticas macroeconómicas para evitar grandes movimientos de divisas y otras perturbaciones.

- Se debe considerar la posibilidad de hacer convenios de estabilización de las materias primas. Pueden ser particularmente útiles para países dependientes de las materias primas y para contrarrestar las actuales tendencias deflacionarias mundiales.

La Gran Depresión de la década de 1930 se debió primordialmente a la decisión de las autoridades monetarias de estabilizar los mercados especulativos mediante políticas de tipos de interés, aunque los mercados que más las preocupaban no eran los de valores sino los de sus propias divisas.

Cuando los mercados están sobrevalorados puede ser útil un aumento pequeño pero simbólico de los tipos de interés, siempre y cuando sea acompañado por el anuncio público de que las autoridades monetarias solo intentan frenar la especulación. Pero las autoridades nunca deben hacer estallar la burbuja mediante ajustes agresivos en la política monetaria.

5.4. En la regulación financiera, menos puede ser más

Tomando como base el artículo de Andrew G. Haldane, director ejecutivo del Banco de Inglaterra, [9] exploraremos el tipo de regulaciones cada vez más complejas que se han ido desarrollando en años recientes.

Atrapar un frisbee es difícil. Sin embargo es una actividad muy común que la mayoría de las personas realiza, nadie se pone a calcular la velocidad del viento o el ángulo de rotación del frisbee para realizar esta actividad. No es necesario que las personas tengan un doctorado en física para poder atrapar un frisbee, de hecho es común que un perro promedio que utiliza solamente su instinto logre esta tarea con éxito.

Algo parecido ocurre cuando se trata de identificar una crisis financiera. Esta tarea es difícil, hacerlo requiere que el regulador pondere una serie de factores tanto psicológicos como financieros, entre ellos la innovación en términos de nuevos instrumentos financieros o tecnológica, así como también la aversión al riesgo.

A pesar de este grado de complejidad los esfuerzos para “atrapar” una crisis han continuado, ya no solo son los economistas quienes tratan de predecir una posible crisis y sus consecuencias, también lo hacen los físicos y matemáticos integrando un grado de complejidad cada vez mayor en los modelos o políticas reguladoras.

Ya hemos mencionado que las finanzas modernas tienen una de sus bases principales en el trabajo de Harry Markowitz [A.4] de la selección óptima de un portafolio de inversión y las expectativas racionales. Pero en particular este modelo no toma en cuenta la toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre.

A pesar de esto, la toma de decisiones bajo incertidumbre ha comenzado a llamar el interés reconociendo las limitaciones de la teoría actual de las expectativas racionales y el equilibrio para reconocer elementos dentro de la actual crisis.

Herbert Simon, el padre de la toma de decisiones bajo incertidumbre, creía que el comportamiento humano sigue reglas simples. Dado que las personas trabajan y toman decisiones dentro de un entorno complicado se deben de buscar reglas simples que regulen sus tareas y las faciliten.

Tomando en cuenta estos aspectos, daremos un breve repaso a la respuesta que han tenido ante las crisis financieras más recientes algunos bancos y reguladores, los

CAPÍTULO 5. REGULACIÓN DE BURBUJAS

cuales han sido rápidos y poco sutiles. Las crisis anteriores se han dado a conocer por más gestión de riesgos, más regulación y más reguladores.

Las bases de la regulación financiera vigente se encuentran en el acuerdo de Basilea de 1988. Este fue el primer acuerdo de regulación internacional, por primera vez en la historia financiera se firma un conjunto de recomendaciones para establecer un capital mínimo que debía tener una entidad bancaria en función de los riesgos que afrontaba.

A pesar de su importancia dicho acuerdo contenía solo 30 páginas. Esta simplicidad se basó en la idea de que estas reglas eran para dar soporte y no para suplantar las decisiones de manejo de riesgos en las inversiones de los bancos.

La principal limitación del acuerdo de Basilea I es que es insensible a las variaciones de riesgo y que ignora la calidad crediticia y por lo tanto el incumplimiento de los distintos prestatarios. Es decir, consideraba que los créditos tenían la misma probabilidad de incumplimiento.

En base a estas limitaciones en 2004 se firma el acuerdo de Basilea II. En este nuevo acuerdo se reconocen modelos que calibran el riesgo permitiendo menores reservas de capital. Esto también sirvió como incentivo para que los bancos mejoraran sus modelos de manejo de riesgo.

Apenas se firmó Basilea II llegó la crisis hipotecaria del 2007, la cual expuso huecos en el acuerdo. Desde entonces la respuesta ha sido llenar estos huecos con grandes revisiones a las reglas impuestas por este acuerdo. Así surge el acuerdo de Basilea III en 2010 con una longitud total de 616 páginas.

La longitud del libro de reglas del acuerdo de Basilea ejemplifica su grado de complejidad. Dentro de los parámetros que se utilizan para medir el riesgo dentro de un banco se encuentra el modelo basado en estimaciones del valor de un portafolio con riesgo (VaR), el cual es un modelo muy utilizado para medir el riesgo y el monto de capital regulatorio. Una empresa grande tiene varios miles de riesgos en su modelo VaR. Estimar la matriz de varianza-covarianza para cada uno de estos factores significa estimar varios miles de parámetros de riesgo individuales. También existen muchos modelos para la valuación de cada uno de estos factores individuales, cada uno con distintos parámetros estimados.

Al final las estimaciones totales que tienen que realizarse pueden ser millones, además de que se calculan de acuerdo a datos históricos limitados. Por ejemplo,

5.4. En la regulación financiera, menos puede ser más

un modelo típico de riesgo puede utilizar 20 o 30 años de datos históricos.

Este grado de complejidad dificulta la tarea de los inversionistas de valorar instrumentos financieros, además revela la pregunta acerca del grado de robustez del acuerdo de Basilea III dado su sobre-parametrización.

La densidad y complejidad de las regulaciones financieras también han tenido repercusiones en la escala y extensión de los recursos regulatorios. Un ejemplo sería el número de recursos humanos destinados a la regulación financiera. En el reino unido hasta 1979, la supervisión bancaria estaba a cargo del banco de Inglaterra con un equipo de 80 personas.

En respuesta a la crisis financiera actual el número de reguladores se ha incrementado aún más. En 1980 en Inglaterra existía un regulador por cada 11,000 empleados en el sector financiero, para el 2011 trabajaba un regulador por cada 300 empleados en este mismo sector.

Mientras que el número de reguladores se ha incrementado también lo han hecho los requisitos de información reglamentaria. Desde 1978 la Reserva Federal ha requerido informes trimestrales de las sociedades de cartera bancarias. En 1986 estos informes cubrían 547 columnas en Excel, para 1999 eran 1928 columnas y para 2011 se han alcanzado 2,271 columnas.

Los costos de construcción y mantenimiento de esta montaña de regulaciones no son triviales. Claro que estos costos serían considerados mínimos si todas estas nuevas regulaciones mejoraran las habilidades de los reguladores para impedir futuras crisis financieras.

En el artículo de Andrew G. Haldane [9] se consideran un conjunto de experimentos empíricos sobre el desempeño de reglas reguladoras, simples y complejas. El resultado de estos experimentos es claro y consistente. La complejidad de los modelos o carteras genera problemas de robustez cuando se trata de entender un sistema financiero complejo. Es más la simplicidad en vez de la complejidad puede ser mejor para resolver estos problemas de robustez.

Un punto de referencia alternativo cuando se trata de regular un sistema financiero complejo sería simplificar el marco de control basados en la evidencia que presenta Haldane.

Un primer paso sería adoptar una visión más escéptica del papel y la solidez de los

modelos internos de riesgo en el marco regulatorio. Estos son la principal fuente de complejidad debido a sus miles de parámetros calibrados a partir de muestras cortas, es probable que estos modelos sean robustos durante muchas décadas, quizás siglos, por venir.

Una respuesta simple a esa preocupación puede ser imponer límites estrictos, o pisos, en los resultados del modelo. Hay precedentes para este enfoque. En la introducción de Basilea II, se introdujeron pisos temporales en los requisitos de capital agregado, fijados en el 80 % de los requisitos de Basilea I.

Los pisos impuestos por la reglamentación hacen poco por sí mismos para simplificar la arquitectura reguladora subyacente. Sólo mediante la eliminación de los modelos internos del marco reglamentario se puede lograr esto. Como base alternativa, podrían utilizarse enfoques simplificados y estandarizados para medir el riesgo de crédito y de mercado, sobre una base amplia de clases de activos.

El marco de Basilea III introdujo por primera vez una proporción de apalancamiento acordado internacionalmente. Eso es una buena noticia desde una perspectiva de robustez. Menos bueno es el hecho de que habrá una jerarquía clara de las reglas de solvencia, liderando el coeficiente de capital ponderado por riesgo y con la proporción de apalancamiento sirviendo como respaldo. En la jerarquía, el apalancamiento será segundo en línea.

El argumento en contra de las proporciones de apalancamiento es que pueden alentar a los bancos a aumentar su riesgo por unidad de activos, reduciendo su utilidad como un indicador de fracaso bancario. De hecho, esa era precisamente la razón de ser de la sensibilidad al riesgo en el marco de Basilea.

Una formulación que evite este arbitraje regulatorio, al tiempo que preserve la robustez, sería colocar el apalancamiento y capital más en estado de igualdad. Es por ello que, en sus recomendaciones sobre los instrumentos macroprudenciales, el Comité de Política Financiera del Banco de Inglaterra ha otorgado al capital y las proporciones de apalancamiento igual facturación.

Las finanzas modernas son complejas, quizás demasiado complejas. La regulación de las finanzas modernas es compleja, casi con toda seguridad demasiado compleja. Esa configuración es un problema. Como no luchas contra el fuego con fuego, no combatir la complejidad con la complejidad. Debido a que la complejidad genera incertidumbre, no riesgo, requiere una respuesta reguladora basada en la simplicidad, no en la complejidad.

5.4. En la regulación financiera, menos puede ser más

Lograr eso requeriría una vuelta de la comunidad reguladora del camino seguido durante la mayor parte de los últimos 50 años. Si una crisis de una vez en la vida no es capaz de entregar ese cambio, no está claro qué será. Pedir a los reguladores de hoy que nos ahorren de la crisis de mañana usando la caja de herramientas de ayer es pedir a un border collie para coger un frisbee primero aplicando la ley de la gravedad de Newton.

Apéndice A

CAPM - Modelo de Valuación de Activos de Capital

El modelo CAPM asigna el precio de los activos, estableciendo una relación entre determinado nivel de riesgo llamada prima de riesgo de mercado de una acción con la tasa libre de riesgo y el rendimiento del portafolio, a saber:

$$E(R_i) = r_f + B_i(E(R_m) - r_f) \quad (\text{A.1})$$

Donde:

$E(R_i)$ es el rendimiento esperado del activo i ,

$E(R_m)$ es el rendimiento esperado del portafolio de mercado,

r_f es la tasa de rendimiento libre de riesgo,

$$E(R_m) = \sum_{i=1}^n w_{im} E(R_i) \quad (\text{A.2})$$

Donde:

B_i es el coeficiente de correlación entre el rendimiento de cualquier activo y el rendimiento del portafolio de mercado, el cual se denomina riesgo sistemático, que es el riesgo que no se ha eliminado con la diversificación, y está dado por:

$$B_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} \quad (\text{A.3})$$

Este modelo postula que en promedio el rendimiento de una acción dado el nivel de riesgo B_i que enfrenta, la prima que el mercado ofrece por ese riesgo $R_m - r_f$ y la tasa libre de riesgo r_f .

Desde le punto de vista estadístico los valores de beta se calculan por medio de la siguiente regresión lineal, también conocida como la línea característica del mercado de valores.

$$R_i - r_f = \alpha_i + B_i(R_m - r_f) \quad (\text{A.4})$$

El CAPM describe un estado de equilibrio en el mercado. Todo el mundo tiene un portafolio de activos con riesgo en la misma cantidad en la que los tiene el portafolio de mercado. Cualquier movimiento realizado por un inversionista solo afectará su fracción de fondos depositada entre el activo sin riesgo y el portafolio de mercado. Como resultado la oferta y demanda de todos los activos será equilibrada. Esto seguirá siendo así mientras las estimaciones de los rendimientos esperados y de beta satisfagan (A.4).

Sin embargo, tan pronto como nueva información acerca del mercado se vuelva accesible para los inversionistas esto puede afectar sus estimaciones de beta y de los rendimientos esperados y estos nuevos valores tal vez ya no cumplan con la igualdad (A.4). Véase (*Mathematics for Finance: An introduction to Financial Engineering*, Marek Capinski y Tomas Zastawniak). [2].

Glosario

A

Activo financiero: son las inversiones en títulos, acciones, obligaciones, fondos públicos, bonos, opciones, títulos hipotecarios o bien documentos expresivos de crédito, etc. Su precio es el valor actual de los flujos de caja operados: intereses o cupones y principal.

B

Bono: Instrumento financiero de deuda, es una de las formas de materializar los instrumentos de deuda utilizado por entidades privadas como gubernamentales.

C

Cobertura: Conjunto de operaciones dirigidas a anular o reducir el riesgo de un activo financiero en posesión de una empresa o de un particular. Las operaciones de cobertura consisten en la adquisición o venta de un activo financiero que se encuentre correlacionado con el elemento sobre el que se quiere establecer la cobertura. Los fondos creados con este fin se denominan fondos de cobertura o Hedge funds.

Obligación de deuda colateral (Collateralized Debt Obligation CDO): son instrumentos de deuda que tienen como colateral una canasta de instrumentos de deuda y que permiten redistribuir el riesgo de crédito del portafolio subyacente. Los títulos se emiten en seis diferentes tramos que reflejan un nivel diferente de riesgo; los tramos son clasificados por una agencia de calificación las cuales valoran la solvencia y el riesgo de diferentes tramos.

D

Dividendo: Parte de las ganancias de una sociedad que se distribuyen periódicamente entre sus accionistas.

Derivados de crédito: son una clase de instrumentos financieros, cuyo valor se deriva de un valor de mercado subyacente que contiene riesgo de crédito de alguna entidad pública o privada. Los dos participantes del contrato se llaman comprador de protección y la contra parte es el vendedor de protección. Durante la vigencia del contrato derivado de crédito, el comprador de protección hace uno o varios pagos de primas al vendedor, a cambio, el vendedor de protección ofrece un pago al comprador de protección si se produce un evento en el cual la institución caiga en bancarrota.

M

Mercado financiero: Es el lugar, mecanismo o sistema electrónico donde se negocian los activos, productos e instrumentos financieros y es donde se fija un precio público de los activos por las ordenes de oferta y demanda.

O

Opción: Es el derecho, no la obligación a comprar o vender un activo, llamado activo subyacente en una fecha futura, por un precio pactado. Los parámetros que definen una opción son: la prima o precio que se paga por la opción, el precio de ejercicio y el activo subyacente sobre el que se adquiere la opción.

P

Perfil de Pago: Expresión inglesa referente al periodo de espera para que se efectúe el pago de una deuda o al periodo de recuperación de una inversión.

S

Swaps: Es un acuerdo contractual, en el que dos parte llamadas contrapartes, acuerdan hacerse pagos periódicos entre si. El acuerdo contiene una especificación de los flujos de capital, así como el periodo de duración del contrato y las fechas de pago.

Swap de incumplimiento crediticio (Credit Default Swap CDS): es un contrato bilateral en el que el comprador de protección paga periódicamente una cuota fija periódica llamada prima al vendedor de protección, durante un período predeterminado, a cambio el comprador de la protección recibe un pago contingente por parte del vendedor de protección, desencadenada por un evento de crédito.

T

Tasa libre de riesgo: Es aquella tasa de rendimiento que se obtiene al invertir en un activo financiero que no tiene riesgo de incumplimiento.

Bibliografía

- [1] Abreu, Dilip y Brunnermeier, Markus, *Bubbles and Crashes*, *Econometrica*, Vol. 71, No.1, pp. 173-204, 2003.
- [2] Capinski, Marek y Zastawniak, Tomas, *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*, Springer, Estados Unidos, 2003.
- [3] Delbaen, F. y Schachermayer, W. *A General Version of the Fundamental Theorem of Asset Pricing*, *Math. Ann.*, 300 (3), pp. 463-520, 1994.
- [4] Delbaen, F. y Schachermayer, W. *The Fundamental Theorem of Asset Pricing for Unbounded Stochastic Processes*, *Math. Ann.*, 312 (2), pp. 215-250, 1998.
- [5] Dwenger, Nadja y Pavlov, Oleg V., *Feedback Analysis of Speculation in a Foreign Currency Market*, 2008.
- [6] Fama, Eugene F. *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, Nueva York, pp. 383-417, 1969.
- [7] Fama, Eugene F. y French, Kenneth R. *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18, No. 3, Nueva York, pp. 25-46, 2004.
- [8] Fischer, Tom, *A primer on reflexivity and price dynamics under systemic risk*, University of Wuerzburg, Alemania, 2013.
- [9] Haldane, Andrew G., *The dog and the frisbee*, Bank of England, Agosto 2012.
- [10] Herdegen, Martin y Herrmann, Sebastian, *Optimal investment in a Black-Scholes model with a bubble.*, Noviembre 2014.
- [11] Janssen, Marco A., *Introduction to Agent-Based Modeling*, Arizona State University, 2012.

- [12] Jiménez-Jiménez, Álvaro, *Understanding Economic Bubbles*, Programa Universitat-Empresa ,2011.
- [13] Kindleberger, Charles y Aliber, Robert, *Manias, Panics and Crashes: A History of Financial Crises*, Barcelona, Ariel, 1991.
- [14] Klein, Lawrence, *Economic fluctuations in the United States*, Cowles Commission for Research in Economics, núm. 11. pp. 1921-1941, 1950.
- [15] Krawiecki, A. y Holyst, J.A. , *Stochastic Resonance as a Model for Financial Market Crashes and Bubbles*, Physica A 317, pp. 597-608, 2002.
- [16] Kwong, C.P., *Mathematical analysis of Soros 's theory of reflexivity*, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, 2008.
- [17] Lajous, Alejandra, *Las razones y las obras: Crónica de la campaña electoral de Miguel de la Madrid*, Presidencia de la Republica, Unidad de la Crónica Presidencial, 1988.
- [18] Lo, Andrew y MacKinlay, Craig, *Stock Market Prices do not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test*, The review of Financial Studies, Volume 1, Issue 1, pp. 41-66, 1988.
- [19] Lux, Thomas, *Herd Behaviour, Bubbles and Crashes*, The Economic Journal, Vol. 105, No. 431, pp. 881-896, 1995.
- [20] Markowitz, Harry, *Portfolio Selection*, The Journal of Finance, pp. 77-97, 1952.
- [21] Martínez-Jaramillo, Serafín, Alexandrova-Kabadiova, Biliiana, Bravo-Benitez, Bernardo, Solórzano-Margain, Juan Pablo, *An Empirical Study of the Mexican Banking System's Network and its Implications for Systemic Risk*, Journal of Economic Dynamics & Control, Vol. 40, pp.242-265, 2014.
- [22] Martínez-Jaramillo, Serafín, Solorzano-Margain, Juan Pablo, López-Gallo, Fabrizio, *Financial Contagion: Extending the Exposures Network of the Mexican Financial System*, Computational Management Science, Springer, 2013.
- [23] Martínez-Jaramillo, Serafín, Pérez-Pérez, Omar, Avila-Embriz, Fernando, López-Gallo, Fabrizio, *Systemic Risk, Financial Contagion and Financial Fragility*, Journal of Economic Dynamics & Control, Vol. 34, pp. 2358-2374, 2010.

BIBLIOGRAFÍA

- [24] Mota-Navarro, Roberto, *Modelo Basado en Agentes de un Mercado Financiero*, Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F., 2014.
- [25] Novalés Cinca, Alfonso, *Econometría*, McGraw-Hill, Segunda edición, Madrid, 1993.
- [26] Phillips, Peter, Shi, Shu-Ping y Yu, Ju, *Testing Multiple Bubbles: Historical Episodes of Exuberance and Collapse in the S&P 500*, Singapore Management University, 2014.
- [27] Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, Second Edition, Version 2.1, Springer-Verlag, Heidelberg, 2005.
- [28] Protter, P., *A Mathematical Theory of Financial Bubbles*, Statistics Department, Columbia University, NY, 2012.
- [29] Samuelson, P.A., *Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly*, *Industrial Management Rev.*, Volume 6, pp. 41-45, 1965.
- [30] Scherbina, Anna, *Asset Price Bubbles: A selective Survey*, International Monetary Found, 2013.
- [31] Sharpe, William, *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*, *The Journal of Finance*, Volume 19, pp. 425-442, 1964.
- [32] Shiller, Robert, *Do Stock Prices Move Too Much to be Justified by Subsequent Changes in Dividends?*, National Bureau of Economics Research Cambridge, Mass., USA, 1981.
- [33] Shiller, Robert, *Exuberancia Irracional*, Oceano, Nueva York, 2000.
- [34] Soros, George, *El nuevo paradigma de los mercados financieros*, Taurus, Nueva York, 2008.
- [35] Takayasu, Hideki, Takayasu, Misako y Watanabe, Kota, *Mathematical Definition of the Financial Bubbles and Crashes*, *Physica A* 383, pp. 120-124, 2007.
- [36] Tularam, Gurudeo Anand y Subramanian, Bhuvanewari, *Modeling of Financial Crises: A Critical Analysis of Models Leading to the Global Financial Crisis*, *Global Journal of Business Research*, Volume 7, Number 3, 2013.
- [37] Wickens, Michael, *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*, Princeton University Press, 2012.

- [38] Wu, Jiansheng, *Ising Model as a Model of Multi-Agent Based Financial Market*, 2005.
- [39] *Building a Science of Economics for The Real World*, House of representatives one hundred eleventh congress, Serial No. 111-106, Julio 2010.
- [40] *Should, or Can, Central Banks Target Asset Prices?*, The magazine of international economic policy, Washington, D.C., 2009. http://www.international-economy.com/TIE_F09_AssetPriceSymp.pdf